

**UNIVERSIDAD DEL VALLE**  
**Escuela de Ingeniería Civil y Geomática.**  
**Maestría en Ingeniería con Énfasis en Ingeniería Civil.**  
**Grupo de Investigación en Ingenierías Sísmica, Eólica, Geotécnica**  
**y Estructural (G-7).**  
**Trabajo de Grado**

---

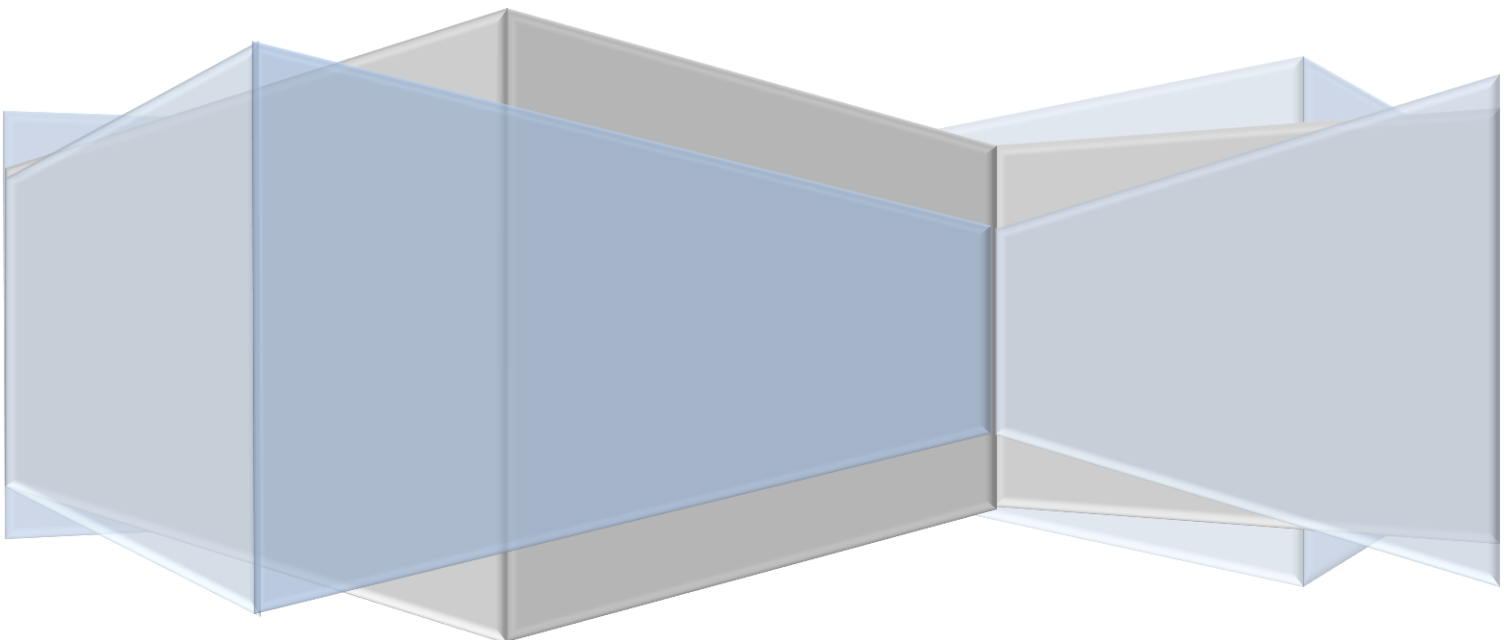
**Noviembre 26-2014**  
**Optimización Estructural de los Puentes Provisionales de Smurfit**  
**Kappa Cartón de Colombia S.A. (SKCC)**

**Yohanna Mejía Cruz**  
**Universidad del Valle**  
[yohanna.mejia@correounivalle.edu.co](mailto:yohanna.mejia@correounivalle.edu.co)

---

**Directores:**  
**Johannio Marulanda Casas Ph.D.**  
[johannio.marulanda@correounivalle.edu.co](mailto:johannio.marulanda@correounivalle.edu.co)  
**Juan Martín Caicedo D.Sc.**  
[caicedo@cec.sc.edu](mailto:caicedo@cec.sc.edu)

---



**OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE LOS PUENTES PROVISIONALES DE  
SMURFIT KAPPA CARTÓN DE COLOMBIA S.A. (SKCC)**

**YOHANNA MEJÍA CRUZ**

**DIRECTORES:  
JOHANNIO MARULANDA CASAS PH. D.  
JUAN MARTÍN CAICEDO D. SC.**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
CON ÉNFASIS EN INGENIERÍA CIVIL  
2014**

**OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE LOS PUENTES PROVISIONALES DE  
SMURFIT KAPPA CARTÓN DE COLOMBIA S.A. (SKCC)**

**YOHANNA MEJÍA CRUZ**

**Presentado para optar por el título de  
Magíster en Ingeniería Civil**

**DIRECTORES:  
JOHANNIO MARULANDA CASAS PH. D.  
JUAN MARTÍN CAICEDO D. SC.**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
CON ÉNFASIS EN INGENIERÍA CIVIL  
2014**

## **RESUMEN**

Este documento presenta el análisis experimental realizado a dos puentes provisionales de madera contruidos por la empresa Smurfit Kappa Cartón de Colombia SA en zona de extracción forestal. La identificación experimental se realizó con ensayos estáticos y dinámicos y dicha información fue usada en el ajuste de dos modelos numéricos desarrollados en SAP2000 para cada una de las estructuras. El ajuste se realizó para tres fechas de ensayos distintas usando tres metodologías de ajuste, dos determinísticas (Algoritmos Genéticos de Alto Rendimiento y Programación Cuadrática Secuencial) y una metodología probabilística (Bayes Inference). El ajuste de los modelos permitió realizar simulaciones en diferentes condiciones de carga y evaluar ambas estructuras en diferentes condiciones de servicio y resistencia para, finalmente, realizar recomendaciones de diseño y construcción.

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	9
2. MARCO TEORICO Y ESTADO DEL ARTE.....	11
2.1. AJUSTE DE MODELOS.....	11
2.1.1. High Throughput MultiSolution Genetic Algorithm (HTMGA) .....	15
2.1.2. Sequential Quadratic Programming (SQP) .....	16
2.1.3. Bayes Inference .....	17
3. PRUEBAS EXPERIMENTALES .....	21
4. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS PUENTES DE 6 Y 10 M .....	27
5. AJUSTE DE MODELOS ANALÍTICOS.....	35
5.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LOS PUENTES .....	35
5.2. CONSTRUCCIÓN DE MODELOS EN SAP2000 .....	36
5.3. ASPECTOS GENERALES DEL AJUSTE .....	38
5.4. ANÁLISIS DE LOS MODELOS ANTES DEL AJUSTE.....	42
5.5. AJUSTE DEL MEF DEL PUENTE DE 6M.....	48
5.6. AJUSTE DEL MEF DEL PUENTE DE 10M.....	61
5.7. SIMULACIONES NUMÉRICAS.....	68
6. RECOMENDACIONES.....	71
7. CONCLUSIONES .....	73
REFERENCIAS.....	75
ANEXOS .....	78

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Configuración estructural vista frontal.....	9
Figura 2. . Configuración estructural vista superior (vigas longitudinales).....	10
Figura 3. Configuración estructural vista superior (Entablado).....	10
Figura 4. Modelo de Optimización del método HTMGA .....	16
Figura 5. Modelo de optimización del método SQP. Tomado de (MathWorks, Constrained Nonlinear Optimization Algorithms) .....	17
Figura 6. Prueba de carga con Tractomula y Volqueta .....	23
Figura 7. Ubicación de sensores para las pruebas de carga de la fecha 1 .....	23
Figura 8. Deformaciones por vehículo para la fecha 1 en el puente de 6 m .....	24
Figura 9. Deformaciones por vehículo para la fecha 1 en el puente de 10 m .....	24
Figura 10. Disposición de sensores para las Fecha 1 y 2 de ambas estructuras .....	24
Figura 11. Deformaciones por vehículo para las fechas 2 y 3 del puente de 6 m .....	25
Figura 12. Deformaciones por vehículo para las fechas 2 y 3 del puente de 10 m .....	25
Figura 13. Ensayo de Vibración libre y Vibración forzada.....	26
Figura 14. Formas modales identificadas para el Puente de 6 m .....	26
Figura 15. Formas modales identificadas para el Puente de 10 m .....	26
Figura 16. Vehículos de diseño .....	31
Figura 17. Ubicación de la carga para cortante y momento por cargas de carril.....	32
Figura 18. Vista Panorámica Puente de 6m .....	35
Figura 19. Configuración general de los puentes.....	35
Figura 20. MEF Puente de 6 m.....	36
Figura 21. MEF Puente de 10 m.....	37
Figura 22. Esquema general del proceso de Ajuste usando API .....	38
Figura 23. Sensibilidad de la FO para E1 y P/eje .....	40
Figura 24. Sensibilidad de la FO para %I y p.....	41
Figura 25. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 1, puente de 6m.....	43
Figura 26. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2, puente de 6m.....	44
Figura 27. Comparación en Frecuencia para el puente de 6 m.....	44
Figura 28. Matriz MAC para el puente de 6m.....	45
Figura 29. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2 del puente de 6m.....	45
Figura 30. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 1 del puente de 10m.....	46
Figura 31. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2 del puente de 10m.....	46
Figura 32. Comparación en Frecuencia para el puente de 10 m .....	47
Figura 33. Matriz MAC para el puente de 10m.....	47
Figura 34. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 3 del puente de 10m.....	48
Figura 35. Comportamiento de la FO por método para todas las fechas en el Puente de 6m .....	49
Figura 36. Ubicación de sensores fecha 1 (caso 1), puente de 6m .....	50
Figura 37. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 1, Puente de 6m.....	50

Figura 38. Ubicación de sensores para la fecha 3 (caso 2), Puente de 6m .....	51
Figura 39 Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 2, Puente de 6m.....	51
Figura 40. Probabilidad Normal para los parámetros $E1$ [MPa] y $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ].....	52
Figura 41. Prior para $E1$ [MPa] y $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] .....	53
Figura 42. PDF Prior para $\sigma_1$ y $\sigma_2$ .....	53
Figura 43. Muestreo de Gibbs para $P(\theta)$ .....	54
Figura 44. Criterio de selección de muestras descartadas para $\rho$ y $\sigma_2$ .....	55
Figura 45. Distribución a posteriori (Posterior: $P(\theta x)$ ) para el puente de 6m.....	56
Figura 46. Marginales para los parámetros actualizados, Puente de 6m .....	56
Figura 47. Ajuste en Deflexión por SQP, HTMGA y BAYES para la Fecha 2 del Puente de 6m.....	57
Figura 48. Comparaciones en Frecuencia.....	58
Figura 49. MAC por método .....	58
Figura 50. Comportamiento de la FO por método para todas las fechas en el Puente de 10m.....	61
Figura 51. Ubicación de sensores fecha 1 (caso 1), puente de 10m .....	61
Figura 52. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 1, Puente de 10m.....	62
Figura 53. Ubicación de sensores para la fecha 3 (caso 2), Puente de 10m .....	62
Figura 54. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 2, Puente de 10m.....	63
Figura 55. Criterio de selección de muestras descartadas para $\sigma$ y $\mu$ .....	63
Figura 56. Distribución a posteriori (Posterior: $P(\theta x)$ ) para el puente de 10m .....	64
Figura 57. Marginales para los parámetros actualizados, Puente de 10m.....	64
Figura 58. Ajuste en deflexión por SQP, HTMGA y BAYES para la Fecha 2 del Puente de 10m.....	65
Figura 59. Comparaciones en Frecuencia.....	66
Figura 60. MAC por método .....	66
Figura 61. Diagrama de secciones mínimas para relaciones de carga y longitud.....	70
Figura 62. Comparación de costo computacional por metodologías de ajuste.....	74

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Constantes Elásticas del híbrido Eucalyptus Grandis-Saligna .....	21
Tabla 2. Proporción EL de las constantes elásticas .....	21
Tabla 3. Resistencias máximas obtenidas en probetas Eucalyptus Grandis Saligna .....	22
Tabla 4. Análisis para el EL en elementos .....	22
Tabla 5. Peso por eje de vehículos de prueba .....	23
Tabla 6. Esfuerzos últimos de la madera Eucalyptus Grandis Saligna por ensayos de laboratorio .....	27
Tabla 7. Factores de reducción de esfuerzos de Ritter en flexión .....	27
Tabla 8. Valores de reducción de esfuerzos según Ritter .....	28
Tabla 9. Esfuerzos admisibles según requerimientos de Ritter .....	28
Tabla 10. Valores de reducción de esfuerzos según el Manual del grupo Andino ..	30
Tabla 11. Esfuerzos admisibles según requerimientos del Manual del grupo Andino (MGA).....	30
Tabla 12. Esfuerzos admisibles finales para PTEGS .....	30
Tabla 13. Chequeo de elementos Puente de 6 m .....	33
Tabla 14. Chequeo de elementos Puente de 10 m .....	34
Tabla 15. Propiedades de los elementos del MEF del Puente de 6 m .....	37
Tabla 16. Propiedades de los elementos del MEF del Puente de 10 m .....	38
Tabla 17. Valor de parámetros para el análisis de Sensibilidad .....	41
Tabla 18. Rango de variación de los parámetros a actualizar .....	42
Tabla 19. Valor de parámetros para los modelos iniciales .....	43
Tabla 20. Características del equipo usado para el ajuste .....	48
Tabla 21. Parámetros probables obtenidos por Bayes [P6m] .....	57
Tabla 22. Resultados por método del ajuste del MEF del puente de 6m .....	58
Tabla 23. Parámetros escogidos para el modelo analítico del puente de 6m .....	60
Tabla 24. Parámetros probables obtenidos por Bayes [P10m] .....	65
Tabla 25. Resultados por método del ajuste del MEF del puente de 10m .....	66
Tabla 26. Parámetros escogidos para el modelo analítico del puente de 10m .....	68
Tabla 27. Matriz de secciones mínimas para relaciones de peso y longitud. ....	69
Tabla 28. Diferencias respecto a los resultados experimentales.....	73



## 1. INTRODUCCIÓN

Los puentes en madera rolliza son, bajo el contexto forestal, fáciles de fabricar, económicamente mucho más viables que puentes en otros materiales, requieren un mantenimiento mínimo y se fabrican generalmente con la madera extraída de la zona forestal. Por estas razones, estas estructuras son la solución más llamativa para las prácticas de explotación. Los puentes en madera rolliza pueden ser contruidos con una gran variedad de luces y anchos y pueden tener una larga vida útil con el mantenimiento correcto, sin embargo, la incertidumbre en estas estructuras requiere que se realice un análisis detallado.

La empresa SKCC, que utiliza para el transporte de madera cerca de 1200 km de carreteras, de los cuales 700 km son caminos terciarios públicos, ha venido construyendo puentes provisionales de madera con material de la superficie forestal, utilizando técnicas empíricas de construcción. La actividad ha demostrado ser una solución rápida y económica durante años a problemas de movilidad, sin embargo, a causa del comportamiento estructural incierto de estas estructuras, sólo se han construido puentes de 2, 3 y hasta 4 metros de largo con limitaciones estrictas sobre su uso. En las Figuras 1 a 3 se presenta la configuración estructural que usa actualmente SKCC para la construcción de los puentes.

Para evaluar este tipo de estructuras, SKCC construyó 2 puentes provisionales usando madera no tratada de Eucalyptus Grandis-Saligna con 6 y 10 m de longitud, que fueron evaluados experimentalmente. Para realizar recomendaciones entorno a la evaluación de estas estructuras, se ha propuesto: i) Desarrollar modelos numéricos de los puentes experimentales, ii) Actualizar y validar los modelos numéricos, iii) Realizar simulaciones en diferentes condiciones de servicio, iv) Establecer la configuración recomendable con base en los resultados analíticos, y v) Formular recomendaciones para su diseño, uso y construcción.

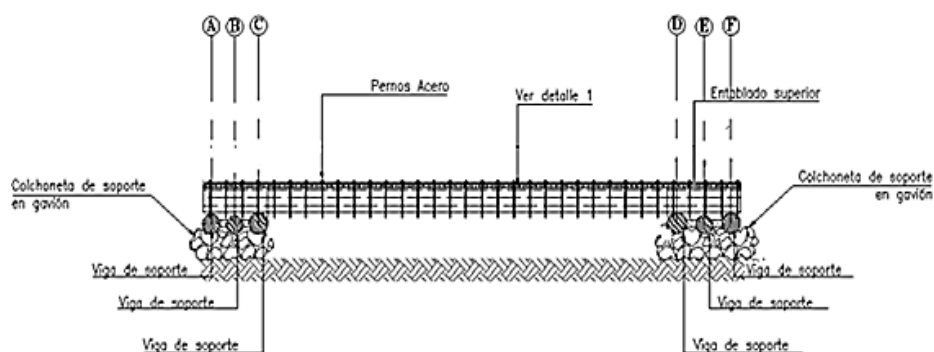


Figura 1. Configuración estructural vista frontal

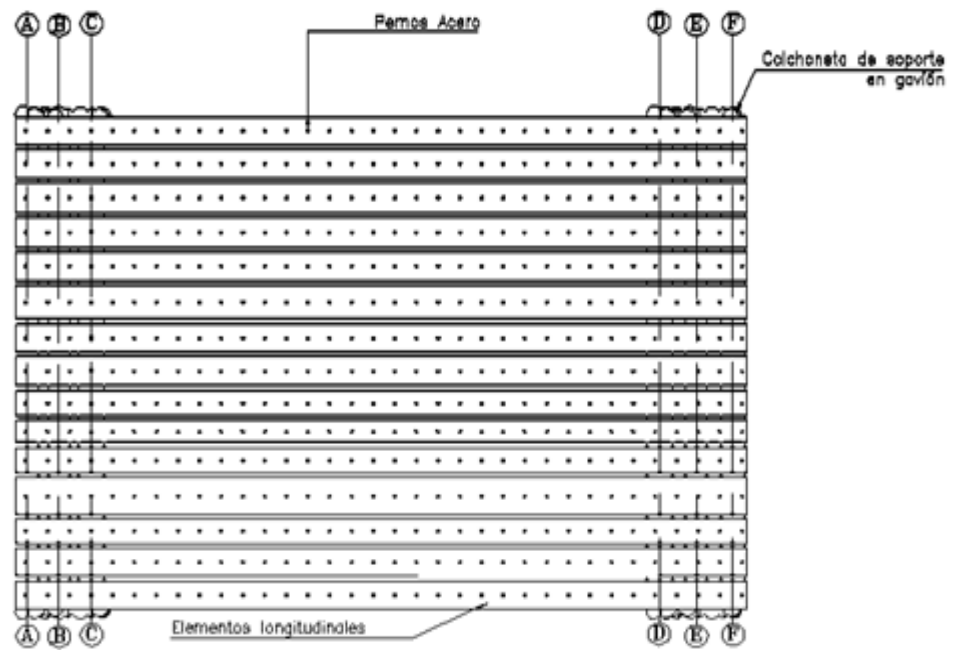


Figura 2. . Configuración estructural vista superior (vigas longitudinales)

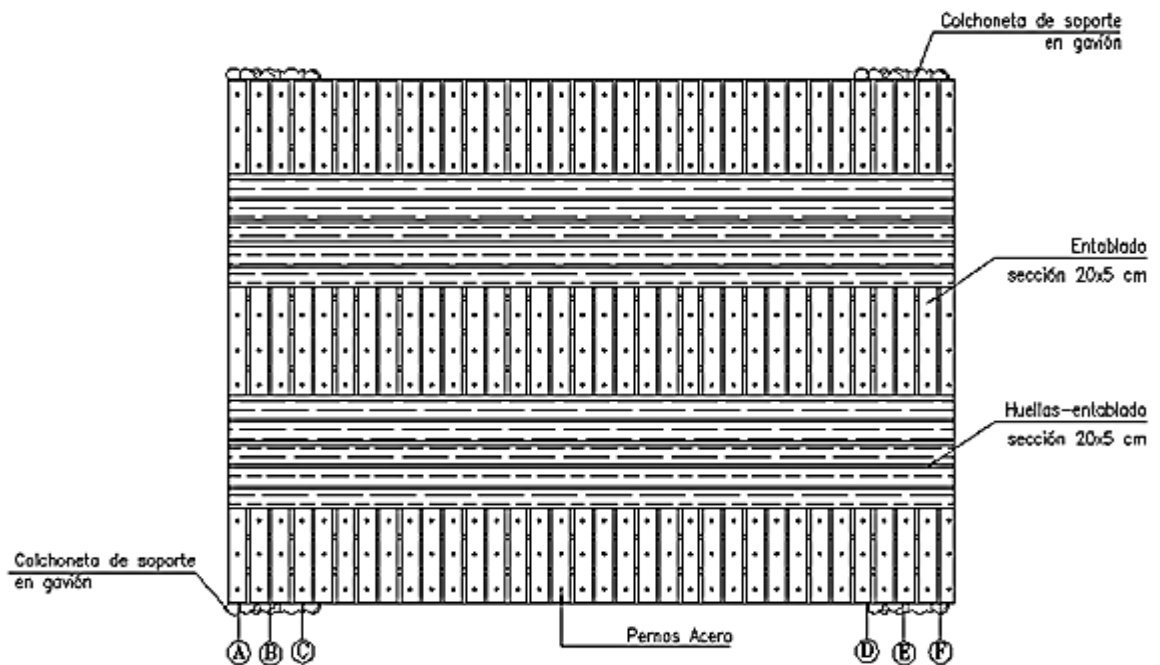


Figura 3. Configuración estructural vista superior (Entablado)

## **2. MARCO TEORICO Y ESTADO DEL ARTE**

### **2.1. AJUSTE DE MODELOS**

El método del elemento finito (MEF) es la herramienta computacional más usada para el análisis del comportamiento estático y dinámico de las estructuras, sin embargo, las predicciones que generalmente son efectuadas con base en los modelos desarrollados pueden diferir de los resultados experimentales obtenidos mediante ensayos de vibración (Vélez et al., 2009). El MEF, en las simulaciones, permite abordar cualquier tipo de problema sin la limitación del tamaño del modelo o su complejidad, y es una poderosa herramienta a la hora de hablar de integridad estructural, siempre y cuando el modelo sea una representación acertada de la estructura real (Mordini et al., 2007).

Los modelos de elementos finitos se encuentran ensamblados de tal manera que la estructura final es una contribución de muchos elementos individuales que aportan incertidumbre, por lo tanto deben ser preparados y desarrollados para su posterior ajuste teniendo en cuenta la escogencia apropiada de parámetros. Predicciones numéricas como las frecuencias naturales de la estructura y sus formas modales, deben ser sensibles a pequeñas variaciones en los parámetros. La información numérica que es insensible a variaciones en los parámetros y que cambia por modificaciones en parámetros que no pueden ser actualizados, es simplemente una réplica de los datos registrados, más no tiene un sentido físico.

El nivel de ajuste de un modelo de elementos finitos depende en gran medida de la riqueza en información experimental con la que se cuente. Esta información es generalmente incompleta e imprecisa, primero porque la frecuencia de adquisición es corta y el modelo es complejo y contiene cientos de grados de libertad y segundo porque los equipos de medición pueden ubicarse cerca de nodos de vibración, obstaculizando la identificación modal. En los ensayos de vibración, la información modal incompleta indica también información espacial incompleta, por lo que en muchas ocasiones se debe reducir el modelo o expandir los vectores propios medidos experimentalmente (Friswell & Mottershead, 1995).

El Ajuste de modelos de elementos finitos (Finite Element Model Updating [FEMU]) es un área que se enfoca en realizar correcciones paramétricas en los modelos para dar solución al problema de la diferencia entre resultados analíticos y resultados experimentales. El ajuste se basa principalmente en reducir al mínimo la diferencia entre los modos y frecuencias del modelo numérico y los datos experimentales a través de un proceso en algunos casos iterativo (Mordini et al., 2007).

Si bien los problemas de correlación entre los modelos analíticos y los resultados experimentales pueden aparecer por errores en la parte experimental, la teoría de

*Ajuste de modelos* se basa en que los errores del desacuerdo se encuentran sólo en el modelo (Friswell & Mottershead, 1993) y existen tres tipos de errores:

1. Errores en la estructura del modelo (Errores en las ecuaciones físicas).
2. Errores en los parámetros del modelo (Suposiciones imprecisas para simplificar).
3. Errores en el orden del modelo (Discretización de sistemas complejos)

Friswell y Motterhead exponen que el propósito del ajuste es modificar parámetros como la masa, la rigidez y el amortiguamiento, para obtener una mejor correlación entre los resultados analíticos y experimentales. Cuando los modelos se desarrollan con el fin de predecir su comportamiento se deben mejorar las diferencias corrigiendo todas las suposiciones y modificaciones sin sentido físico.

Una alternativa estratégica para la actualización de modelos nació para transformar el conocimiento sobre modelos de elementos finitos en *modelos de representación*. De esta manera, el modelo numérico reproduce exactamente la información incompleta que ha sido recogida de los ensayos experimentales (Friswell & Mottershead, 1993).

**Enfoque matricial Directo:** Esta metodología no funciona como un proceso iterativo, de hecho, su característica más notable es que puede realizarse con gran eficiencia computacional y el resultado final es la reproducción exacta de los datos experimentales (Vélez et al., 2009); esta réplica, sin embargo, es realizada sin sentido físico.

Los métodos de ajuste directo se basan en tres cantidades que son:

- a. Datos modales experimentales.
- b. Matriz de masa.
- c. Matriz de rigidez.

En este método, también conocido como *Método de referencia básico* (Friswell & Mottershead, 1993), una de las tres cantidades se conoce de una manera precisa y el resto de los parámetros se ajustan a partir de la cantidad conocida. En algunos trabajos se considera la matriz de masa como la cantidad conocida, en otros es la matriz de rigidez. El planteamiento matemático expresa que dada una matriz *modal experimental*  $\Phi_m$  y una matriz de masa construida analíticamente ( $M_a$ ), la matriz de masa actualizada ( $M$ ) debe minimizar la función:

$$J_M = \left\| M_a^{1/2} * (M - M_a) * M_a^{1/2} \right\| \quad (1)$$

Sujeta a la siguiente condición de ortogonalidad

$$\Phi_m^T * M * \Phi_m = I: \quad (2)$$

Conocida la matriz de masa, se usa la siguiente función para encontrar la matriz de rigidez actualizada (K) usando la matriz de rigidez analítica (K<sub>a</sub>):

$$J_k = \| M^{-1/2} * (K - K_a) * M^{-1/2} \| \quad (3)$$

teniendo en cuenta las siguientes restricciones por ortogonalidad:

$$K * \Phi_m = M * \Phi_m * \Lambda \quad (4)$$

$$K^T = K \quad (5)$$

donde  $\Lambda$ : Matriz de valores propios experimentales

El procedimiento para minimizar las funciones mencionadas hace uso de los multiplicadores de Lagrange. La función de los multiplicadores es reforzar la ortogonalidad de los vectores respecto a las masas actualizadas. El proceso de minimización resulta en la siguiente expresión para la masa actualizada.

$$M = M_A + M_A * \Phi * m_A^{-1} * (I - m_A) * m_A^{-1} * \Phi^T * M_A \quad (6)$$

donde:

$$m_A = \Phi^T * M_A * \Phi, \quad (7)$$

Aquí  $\Phi$  es una matriz modal incompleta de tamaño  $p \times m$ , donde  $m < p$  y  $p$  es el orden del modelo analítico actualizado. El procedimiento completo se encuentra en (Friswell & Mottershead, 1993) y en (Berman & Nagy, 1983).

Otra de las técnicas desarrolladas para la actualización de modelos con un enfoque matricial directo o como modelo de representación es la **Mezcla de matrices**. Este método usa la información del modelo de elementos finitos para completar la información experimental incompleta (Friswell & Mottershead, 1993). El método de mezcla de matrices ajusta las matrices usando las siguientes expresiones:

$$M^{-1} = \sum_{i=1}^n \Phi_{mi} * \Phi_{mi}^T + \sum_{i=n+1}^p \Phi_{ai} * \Phi_{ai}^T \quad (8)$$

$$K^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_{mi} * \Phi_{mi}^T}{\omega_{mi}^2} + \sum_{i=n+1}^p \frac{\Phi_{ai} * \Phi_{ai}^T}{\omega_{mi}^2} \quad (9)$$

Donde  $\Phi_{ai}$  y  $\Phi_{mi}$ , representan el origen analítico o experimental,  $\omega_{mi}$  es la frecuencia experimental,  $n$  es el orden del modelo experimental y  $p$  el orden del modelo analítico. Este método generalmente arroja matrices de rigidez y de masa totalmente pobladas, lo que deja ver muy poca relación con la conectividad física (Friswell & Mottershead, 1993).

**El Método de los valores propios embebidos**, por su parte, conserva la simetría de las matrices del sistema y mantiene intactos los vectores y valores propios no usados en el ajuste. Mediante esta técnica, las matrices reales de masa, amortiguamiento y rigidez ( $M_{new}$ ,  $C_{new}$  y  $K_{new}$ ) son calculadas, de tal manera que el espectro de la función

$$F_{new}(\lambda) = \lambda^2 * M_{new} + \lambda * C_{new} + K_{new}, \quad (10)$$

$$\text{sea: } \{\mu_1, \dots, \mu_r, \lambda_{r+1}, \dots, \lambda_{2n}\}$$

Siendo  $\lambda_k$  los valores propios arrojados por el modelo de elementos finitos, y  $\mu_k$ , son los valores propios experimentales disponibles.

El Método de los valores propios embebidos, a diferencia de los otros métodos mencionados, es el único que tiene en cuenta el amortiguamiento. El desarrollo completo del método se encuentra en (Carvalho, et al., 2006).

**El Método de los Algoritmos Genéticos (AG)** es un método estocástico, directo y paralelo para realizar una búsqueda global y una optimización. Este método se basa en la evolución biológica de los seres vivos descrita por Charles Darwin, de ahí su nombre. Los algoritmos evolutivos utilizan tres principios de la evolución natural que son la reproducción, la selección natural y la diversidad de las especies, manteniendo las diferencias de cada generación con la generación anterior.

Este método usa un conjunto de individuos que representan una posible solución, luego se aplica la selección usando un criterio que permite evaluar cada individuo con respecto a una solución deseada. Los individuos más adecuados de la evaluación anterior crean la siguiente generación.

En la etapa de inicialización se genera de manera aleatoria una población inicial que encierra un grupo de posibles soluciones. Durante la evaluación, que puede realizarse a través de una función objetivo, se determina cuál es el grado de correlación entre las posibles soluciones y la solución deseada. Si la condición de término del algoritmo no se cumple (nivel de aceptación de la correlación entre modelos), se procede a realizar la selección. La selección es la agrupación de las soluciones que hayan mostrado mejor correlación, luego se procede a recombinar o cruzar las soluciones.

La mutación en el AG modifica al azar parte de las soluciones, lo que permite que se alcancen zonas del espacio de búsqueda que no son cubiertas por las soluciones presentes. Luego, se realiza la evaluación de las soluciones, se aplican los operadores genéticos y se realiza el reemplazo o la selección de los mejores individuos que conformarán la generación siguiente de soluciones.

La función de evaluación en la secuencia de un AG debe relacionar todas aquellas variables medibles que permitan evaluar el nivel de correlación entre el modelo analítico y la estructura real, de esa manera se logrará una actualización apropiada.

Algunos de los criterios que permiten medir la diferencia entre resultados analíticos y experimentales son:

**El Criterio de Ganancia Modal (MAC)**, mide el grado de proporción que existe entre dos vectores modales para una estimación de cociente de mínimos cuadrados. El valor MAC es un coeficiente que varía siempre entre 0 y 1. El valor 1 indica una correlación o proporción perfecta, mientras el valor 0 indica que no hay ninguna relación entre los vectores.

$$MAC(\Phi_J, \Phi_K) = \frac{|\Phi_J^T * \Phi_K|^2}{(\Phi_K^T * \Phi_K) * (\Phi_J^T * \Phi_J)} \quad (11)$$

Otro de los criterios de correlación es la **Diferencia Modal Normalizada (NMD)**; su valor es una función normalizada del criterio de ganancia modal.

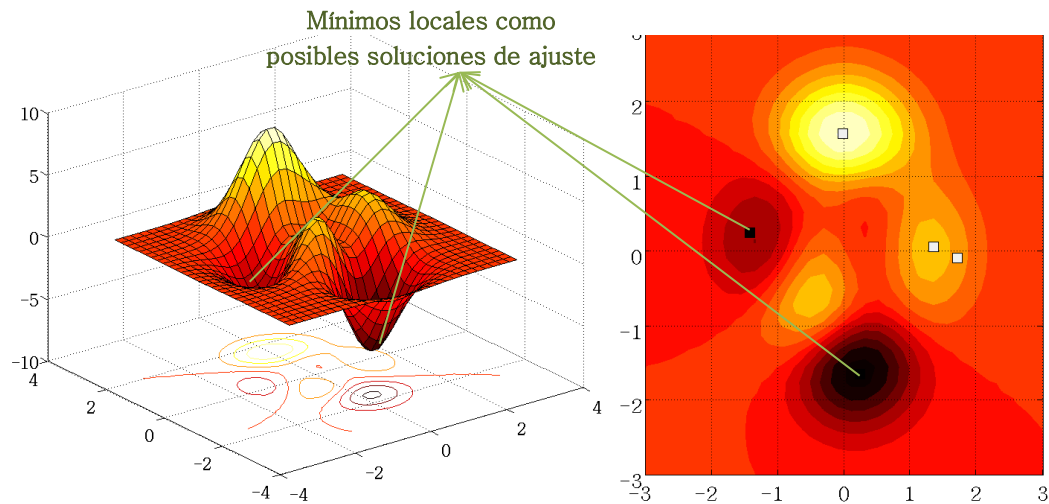
El valor NMD es mejor entre más cercano a 0 se encuentre.

$$NMD(\Phi_J, \Phi_K) = \sqrt{\frac{1 - MAC(\Phi_J, \Phi_K)}{MAC(\Phi_J, \Phi_K)}} \quad (12)$$

### 2.1.1. High Throughput MultiSolution Genetic Algorithm (HTMGA)

HTMGA es un toolbox de Matlab que aplica algunos pasos adicionales al método del Algoritmo Genético tradicional y permite encontrar múltiples posibles soluciones de una función de correlación o función objetivo (FO). En el ajuste de modelos, esta metodología de optimización, modificada por el docente Juan Martín Caicedo y el estudiante Muslum Killinc de la Universidad de Carolina del sur (<http://sdii.ce.sc.edu/htmga>), aborda algunos desafíos recurrentes en el tema del ajuste de modelos, como tener un alto número de parámetros a actualizar o establecer si la mejor solución del ajuste es en realidad la mejor representación física de la estructura.

HTMGA permite determinar no sólo una solución, como el método tradicional (Ver Figura 4), si no un conjunto de soluciones que se encuentran dentro de un porcentaje de error admitido, esto con el argumento de que un mínimo local, debido a errores en el modelo y otros factores, puede proveer una solución con parámetros que tienen mejor representación física de la estructura, solo que con una ligera reducción en el valor de la función de correlación (FO) (Kilinc, 2014).



**Figura 4. Modelo de Optimización del método HTMGA**

Los pasos requeridos en la aplicación del Método HTMGA incluyen la definición de la función de correlación FO, la definición de los parámetros que van a ser actualizados y las características generales del algoritmo, que incluye los rangos de variación de los parámetros (restricciones) y el espacio de búsqueda.

### 2.1.2. Sequential Quadratic Programming (SQP)

Esta técnica para la solución de problemas de programación no lineales (NLP) es un concepto idealizado de optimización. Un problema de programación no lineal es la minimización de una función objetivo  $F(x)$ , donde  $x \in \mathbb{R}^n$  y existen  $n$  variables sujetas a restricciones (ecuaciones o inecuaciones) que involucran un vector de funciones no lineales  $c(x)$  (Fletcher, 2007). En general, el objetivo es:

Minimizar  $F(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  sujeto a:

$$c_i(x) \leq 0, i=1.2...m$$

Una formulación más detallada involucra ecuaciones, restricciones lineales y límites para los parámetros de actualización, tales como:



$$A^T x = b$$

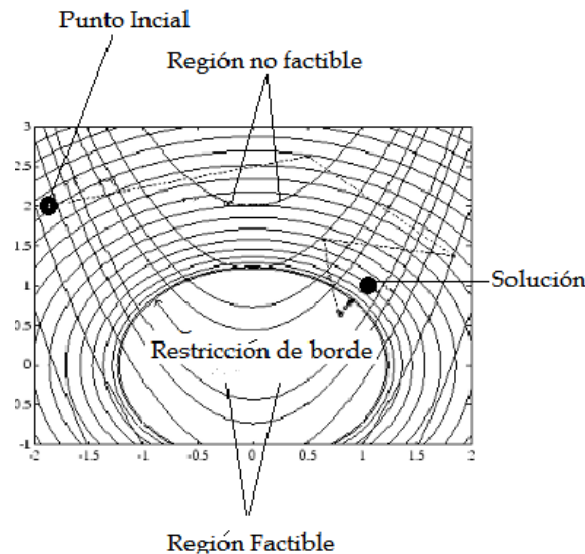
$$c(x) = 0$$

$$l \leq x \leq u$$

O aún más detallada, con límites para las ecuaciones y/o inecuaciones:

$$l \leq \begin{pmatrix} x \\ A^T x \\ c(x) \end{pmatrix} \leq u$$

La idea básica del algoritmo es usar una solución estimada  $x^k$  de un subproblema de programación cuadrática y luego usar esta solución para construir una mejor aproximación  $x^{k+1}$ . Este proceso es iterativo y crea una secuencia de aproximaciones que convergen a una solución  $x^*$  (Boggs & Tolle, 1996).



**Figura 5. Modelo de optimización del método SQP. Tomado de (MathWorks, Constrained Nonlinear Optimization Algorithms)**

Los métodos determinísticos de actualización de modelos no suelen considerar la incertidumbre en los parámetros de ajuste, su único objetivo es la minimización de una función objetivo. En contraste, existen algunos métodos probabilísticos que usan la variabilidad de los parámetros de optimización, lo que resulta realmente útil en comparación con las metodologías determinísticas, dado que proporciona un medio para la evaluación de la incertidumbre de los resultados (Ospina, 2013).

### 2.1.3. Bayes Inference

Debido a la diversidad de fuentes de error en la construcción de un modelo analítico, su actualización puede ser abordada como un problema de inferencia

estadística, cuyo objetivo no es solo hacer una predicción más precisa de los parámetros sino también proporcionar una valoración cuantitativa de dicha precisión (Beck & Katafygiotis, 1998). Esta inferencia puede ser realizada aplicando el teorema de Bayes para actualización de modelos, usando los parámetros con mayor incertidumbre. La ventaja principal de usar la probabilidad en la actualización de modelos es que maneja una lógica de múltiples valores que puede ser aplicada a información incompleta, lo que es común en el análisis experimental. El uso de la Inferencia Bayesiana en la actualización de modelos permite cuantificar la incertidumbre usando distribuciones de probabilidad. Estas distribuciones miden la veracidad de los datos obtenidos experimentalmente para uno o varios parámetros.

Esta metodología plantea un modelo de probabilidad teniendo en cuenta un conocimiento previo acerca del parámetro o de los parámetros investigados. De esta manera, se acondiciona el modelo de probabilidad para realizar ajustes en las conjeturas. La metodología Bayesiana permite estimar cantidades tanto conocidas como desconocidas y así incorporar la información conocida en la estimación de todos aquellos parámetros propuestos inicialmente, haciendo inferencia sobre las cantidades que no son conocidas.

En la teoría de Bayes, se expresa la probabilidad condicional de un suceso  $\theta$  dado un suceso  $x$ , usando la probabilidad de  $x$  dado  $\theta$  y la probabilidad marginal de  $\theta$ . Esta premisa implica que si  $\theta$  es un conjunto de sucesos con  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n\}$ , donde la probabilidad de cada valor en  $\theta$  es diferente de cero y  $x$  es un suceso cualquiera del cual son conocidas las distribuciones de probabilidad condicionales  $P(x|\theta)$ , entonces la probabilidad de  $P(\theta|x)$  se determina así:

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta) * P(\theta)}{P(x)} \quad (13)$$

Donde  $P(\theta)$  representa las probabilidades a priori (Prior), para los parámetros que son conocidos antes de la actualización.  $P(x|\theta)$  representa la probabilidad de  $x$  en la hipótesis de  $\theta_i$  (Likelihood).  $P(\theta|x)$  es la probabilidad a posteriori (Posterior) para los parámetros dados los datos y  $P(x)$  es la evidencia o constante de normalización definida por

$$P(x) = \int P(x|\theta)P(\theta)d\theta \quad (14)$$

La Función de probabilidad  $P(x|\theta)$  se define como la distribución Gaussiana de la diferencia entre la respuesta del modelo analítico y los valores objetivo de la actualización (Mesa et al., 2011).

### **Distribución Normal**

Esta es una distribución de variable continua que se encuentra definida por dos parámetros que caracterizan la función de densidad, estos parámetros son la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar o típica de la distribución ( $\sigma$ ) de los resultados obtenidos experimentalmente:

$$P(\Theta|\mu,\sigma)= \frac{1}{\sigma * \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\Theta-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

### **Distribución Uniforme**

Cuando no existe información previa para la construcción de una función de distribución de probabilidad, la definición de la Prior deberá tener mínima influencia en la inferencia; a este tipo de distribuciones previas se les conoce como Non-informative Prior y se define como:

$$P(\Theta|a,b)= \frac{1}{b-a} I_{[a,b]}(\theta) \quad (16)$$

Donde  $\Theta$  representa el parámetro y  $a$  y  $b$  son los límites del rango donde se mueve  $\Theta$ .

Bayes y Laplace establecen que siendo  $\Theta$  el parámetro del que se desconoce información, la distribución de probabilidad previa o la Non-informative Prior será una distribución uniforme, lo que significa que todos los posibles valores que pueda tomar el parámetro tienen la misma probabilidad. Este postulado es conocido como “Principle of Insufficient reason” (Syversveen, 1998).

### **Muestreo de Gibbs**

Para generar una muestra aleatoria a partir de las distribuciones de probabilidad conocidas, se aplicó el algoritmo de muestreo de Gibbs (Lecture Notes for EEB, 2004). Esta técnica es uno de los algoritmos del método Markov Chain Monte Carlo, que corresponde a una serie de métodos de muestreo de distribuciones de probabilidad. “Muestreo de Gibbs” es un caso particular del algoritmo Metropolis-Hastings y su objetivo principal es obtener más muestras a partir de una distribución condicional. El proceso de muestreo de Gibbs permite construir un

número  $m$  de muestras para  $X=\{x_i, \dots, x_j\}$  con una distribución de probabilidad dada  $P=(x_1, \dots, x_n)$ . La  $i$ -ésima muestra  $X^{(i)}=\{x_i^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}\}$  se obtendrá siguiendo el siguiente proceso:

Se propone un punto inicial de la cadena  $X^{(0)}$  para cada parámetro. Para cada espécimen ( $i$ ), se muestrea cada una de las variables  $x_j^{(i)}$  a partir de la función de distribución condicional  $P\left(x_j|x_1^{(i)}, \dots, x_{j-1}^{(i)}, x_{j+1}^{(i-1)}, \dots, x_n^{(i-1)}\right)$ .

El muestreo de Gibbs se debe ajustar a algunos parámetros iniciales. Se debe establecer el número de muestras necesarias para construir la función de distribución, los puntos iniciales de la cadena, la función de muestreo según la función de distribución candidata, la función de distribución propuesta para aplicar el algoritmo de Metropolis Hastings y las muestras descartadas o "Burning samples".

### 3. PRUEBAS EXPERIMENTALES

#### 3.1. Material

Para determinar las constantes elásticas de la madera no tratada del híbrido *Eucalyptus Grandis-Saligna*, se realizaron ensayos en diferentes sollicitaciones mecánicas, la información completa de la caracterización se encuentra en (Narvaez, 2014). Se determinó la resistencia máxima a cada sollicitación y 7 de las 9 constantes elásticas que definen un material anisótropo. La Tabla 1 muestra parte de los resultados obtenidos de la caracterización realizada. La información presentada en las Tablas 1 a 3 corresponde a ensayos realizados a probetas libres de defectos.

**Tabla 1. Constantes Elásticas del híbrido *Eucalyptus Grandis-Saligna***

Constante	Promedio	Desv. Est.
Razón de Poisson Longitudinal-Tangencial vLT	0.547	0.189
Razón de Poisson Longitudinal-Radial vLR	0.570	0.114
Módulo de Elasticidad Longitudinal (EL)	12.067 GPa	2.179 GPa
Módulo de Elasticidad Tangencial (ET)	0.401 GPa	0.089 GPa
Módulo de Elasticidad Radial (ER)	0.446 GPa	0.072 GPa
Módulo de Rigidez Longitudinal-Radial (GLR)	1.162 GPa	0.141 GPa
Módulo de Rigidez Longitudinal-Tangencial (GLT)	1.120 GPa	0.125 GPa
Densidad básica del material	0.694 g/cm <sup>3</sup>	0.088 g/cm <sup>3</sup>

En la Tabla 2, se presenta la razón entre las constantes elásticas (Módulo de Elasticidad y Módulo de Rigidez) en proporción al Módulo de elasticidad Longitudinal.

**Tabla 2. Proporción EL de las constantes elásticas**

Constante	Promedio	Relación P/EL
Módulo de Elasticidad Longitudinal (EL)	12.067 GPa	1
Módulo de Elasticidad Tangencial (ET)	0.401 GPa	0.033
Módulo de Elasticidad Radial (ER)	0.446 GPa	0.037
Módulo de Rigidez Longitudinal-Radial (GLR)	1.162 GPa	0.096
Módulo de Rigidez Longitudinal-Tangencial (GLT)	1.120 GPa	0.093

La Tabla 3 presenta las resistencias máximas obtenidas en diferentes sollicitaciones mecánicas.

**Tabla 3. Resistencias máximas obtenidas en probetas Eucalyptus Grandis Saligna**

<b>Parámetro</b>	<b>Promedio</b>	<b>Desv. Est.</b>
Resistencia máxima al corte paralelo	12.290 MPa	2.225 MPa
Resistencia máxima a la tracción perpendicular	6.643 MPa	1.602 MPa
Resistencia máxima a la tracción paralela	145.947 MPa	1.898 MPa
Resistencia máxima a compresión paralela	42.062 MPa	5.870 MPa
Resistencia máxima a la compresión perpendicular	27.293 MPa	3.199 MPa
Resistencia máxima a flexión	81.516 MPa	14.268 MPa

### **3.2. Pruebas de carga en elementos**

Para completar el proceso de caracterización del material, se evaluaron también elementos completos (troncos de 4m). Estos elementos presentaban características no evaluadas en los ensayos en probetas, tal como el agrietamiento longitudinal y la presencia de nudos. Los elementos se ensayaron a flexión con carga incremental y se midieron deflexiones en diferentes puntos de su longitud. La Tabla 4 presenta los resultados obtenidos para el Módulo de elasticidad longitudinal, su desviación estándar, el coeficiente de variación y el contenido de humedad (CH) medido antes del ensayo. La información del equipo utilizado, la ubicación de los sensores durante estos ensayos y el procedimiento de análisis se encuentran en (Álvarez 2014).

**Tabla 4. Análisis para el EL en elementos**

	<b>EL (MPa)</b>	<b>Desv. Estánd.</b>	<b>Coef. Varia.</b>	<b>CH (%)</b>
<b>Elemento 1</b>	7180.30	442.35	0.06	19.0
<b>Elemento 2</b>	7828.87	496.36	0.06	18.2
<b>Elemento 3</b>	7037.52	914.26	0.13	19.0
<b>Elemento 4</b>	7370.08	1195.57	0.16	16.0
<b>Elemento 5</b>	7706.63	1394.47	0.18	16.0

La resistencia alcanzada por uno de los elementos en el límite proporcional fue de 31.16 MPa y la resistencia máxima fue de 47.59 MPa. Al comparar el Módulo de Elasticidad Longitudinal promedio obtenido en elementos y el obtenido en probetas, se aprecia que el primero corresponde al 59% del valor obtenido en las probetas en laboratorio. Para la resistencia máxima en flexión ocurre algo similar, la resistencia máxima en elementos corresponde al 62% de la obtenida en probetas.

### 3.3. Pruebas de carga en campo

Los puentes construidos en campo fueron evaluados estáticamente usando vehículos de carga y midiendo las deflexiones en varios puntos de los elementos longitudinales como se aprecia en la Figura 6. Durante los ensayos, se usaron tres vehículos típicos, el Doble Troque, la Volqueta y la Tractomula. La Tabla 5 presenta el rango de peso por eje de los vehículos de prueba.



Figura 6. Prueba de carga con Tractomula y Volqueta

Tabla 5. Peso por eje de vehículos de prueba

Vehículo	Carga por eje (Ton)
Doble Troque	23.0-28.0
Volqueta	12.7-13.6
Tractomula	20.0-22.0

Se realizaron pruebas de carga en tres fechas usando configuraciones de sensores distintas. Para la primera fecha, los sensores fueron ubicados a lo largo de los elementos longitudinales posicionados inmediatamente debajo de las huellas principales indicadas en la Figura 7.

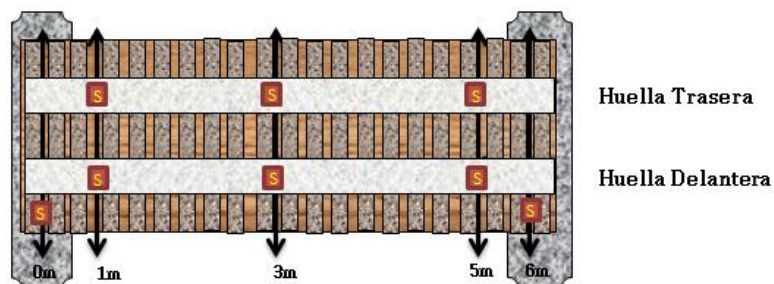
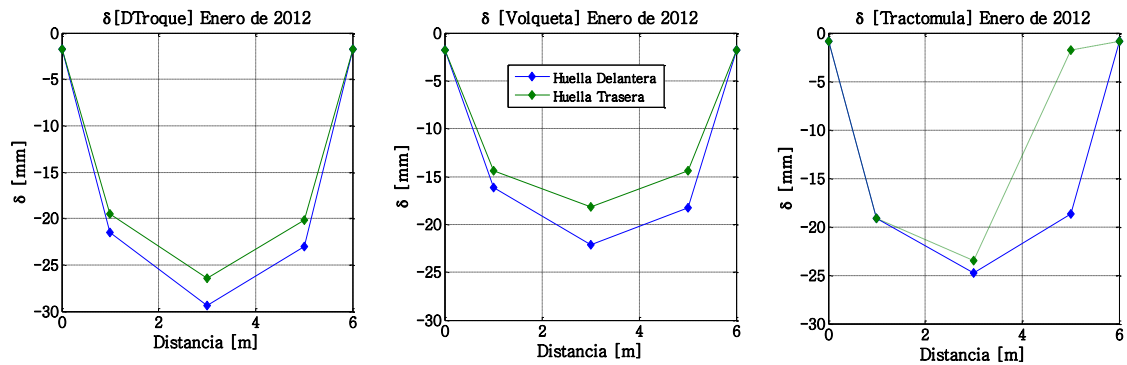
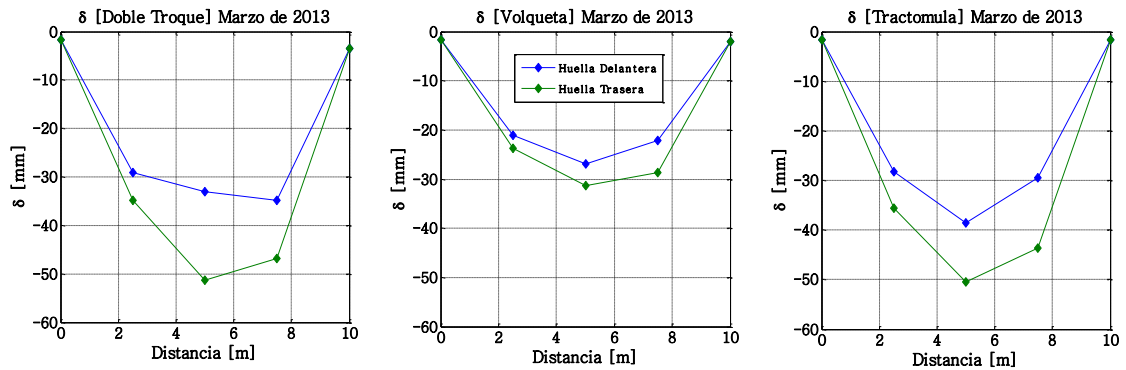


Figura 7. Ubicación de sensores para las pruebas de carga de la fecha 1

En las Figuras 8 y 9 se presentan los perfiles de deflexión obtenidos para los ensayos estáticos con carga por eje en el centro de la luz, para cada puente.

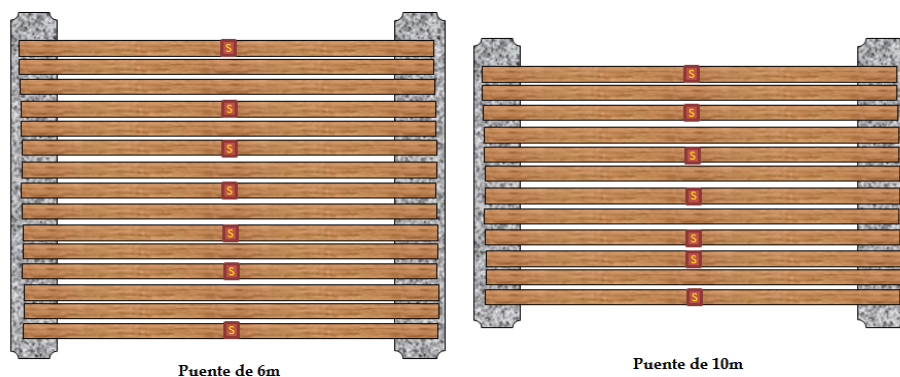


**Figura 8. Deformaciones por vehículo para la fecha 1 en el puente de 6 m**



**Figura 9. Deformaciones por vehículo para la fecha 1 en el puente de 10 m**

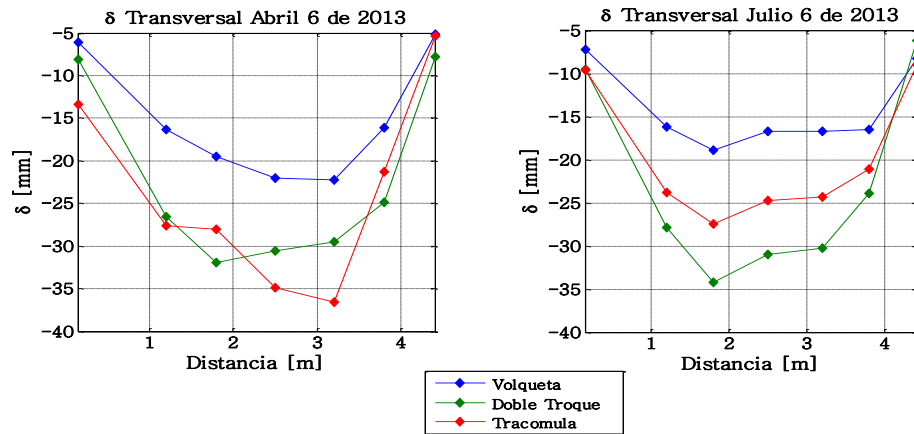
Para la segunda y tercera fecha de ensayos, los sensores fueron ubicados a lo ancho de los puentes, ubicando sensores en el centro de la luz de los elementos longitudinales. En la Figura 10 se presenta la disposición de sensores para ambas estructuras.



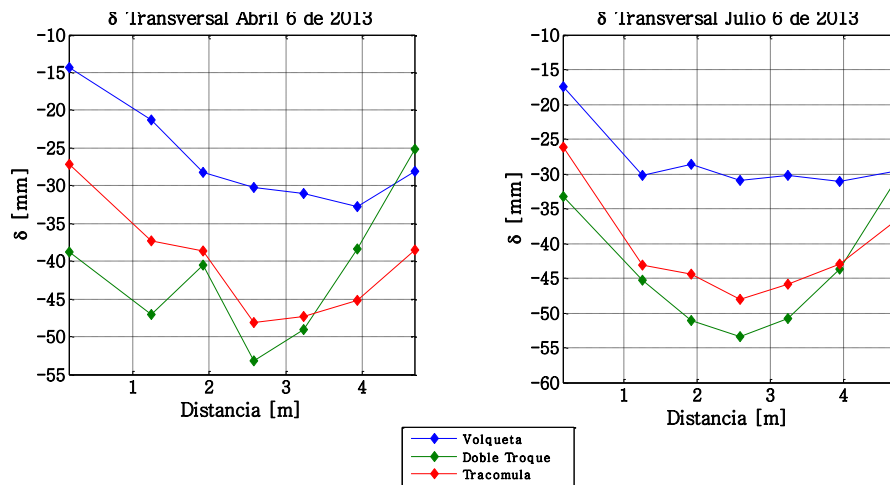
**Figura 10. Disposición de sensores para las Fecha 1 y 2 de ambas estructuras**



Las Figuras 11 y 12 muestran los perfiles de deflexión obtenidos para los ensayos de la segunda y tercera fecha en el puente de 6m y 10 m respectivamente.



**Figura 11. Deformaciones por vehículo para las fechas 2 y 3 del puente de 6 m**



**Figura 12. Deformaciones por vehículo para las fechas 2 y 3 del puente de 10 m**

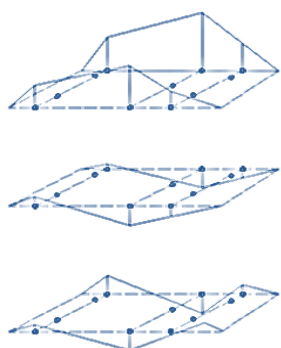
### 3.4. Pruebas dinámicas

Para realizar la caracterización dinámica de las estructuras, se realizaron ensayos de vibración libre usando el salto de una persona (Ver Figura 13) y un ensayo de vibración forzada usando un actuador dinámico. Para el ensayo de vibración forzada, se realizaron tres barridos frecuenciales entre 0-20 Hz, 20-60 Hz y 60-75 Hz. La ubicación de los sensores, las características del equipo y las especificaciones generales son detalladas en (Álvarez 2014).



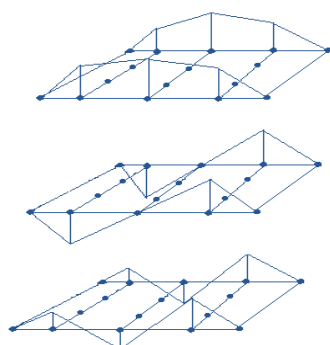
**Figura 13. Ensayo de Vibración libre y Vibración forzada**

Se evaluó la respuesta del sistema usando la excitación del actuador dinámico. Las Funciones de Transferencia (FT) se usaron para caracterizar las relaciones de entrada y salida durante las pruebas de vibración forzada. Este análisis se realizó para identificar las 3 primeras formas modales de la estructura. El análisis de todos los registros obtenidos en vibración libre y forzada permitió descartar las frecuencias asociadas a modos locales de vibración y caracterizar las tres primeras formas modales de la estructura, detalladas en las Figuras 14 y 15 para los puentes de 6m y 10m de longitud, respectivamente.



MODO	$F_n$ (Hz)
1	11.8
2	26.3
3	63.8

**Figura 14. Formas modales identificadas para el Puente de 6 m**



MODO	$F_n$ (Hz)
1	5.1
2	17.0
3	41.5

**Figura 15. Formas modales identificadas para el Puente de 10 m**

#### 4. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS PUENTES DE 6 Y 10 M

Teniendo en cuenta la información registrada en el manual de diseño de Ritter (Ritter, 1990), que incluye referencias de la AASHTO, el AITC y la NDS, al igual que para el manual de diseño para maderas del Grupo Andino (Cartagena, 1984), los esfuerzos críticos serán tomados en consideración para el chequeo de los puentes provisionales construídos por SKCC. La Tabla 6 presenta los esfuerzos últimos para la madera Eucalyptus Grandis, según ensayos de laboratorio.

**Tabla 6. Esfuerzos últimos de la madera Eucalyptus Grandis Saligna por ensayos de laboratorio**

<b>Flexión</b>	<b>Cortante paralelo</b>	<b>Compresión perpendicular</b>
80.25 MPa	12.1 MPa	26.75 MPa

Se construyeron los esfuerzos admisibles teniendo en cuenta los resultados de los ensayos de laboratorio, tanto para probetas como para elementos completos. Para dicha construcción se usaron los procedimientos de Ritter y el manual de diseño para maderas del Grupo Andino. Los esfuerzos más críticos serán los esfuerzos admisibles para la madera del híbrido Eucalyptus Grandis-Saligna en su uso como material estructural.

#### **Manual de Diseño, Construcción, Inspección y Mantenimiento de puentes de madera de Ritter.**

Este manual contiene especificaciones para la construcción de puentes temporales para uso forestal bajo las referencias de normas de estructuras en madera como la AWWA (AWWA, 2003-2014), la AITC (AITC, 2007) y la AASHTO (AASHTO, 2014), cuya referencia en maderas es la NDS (AWC, 2014). Según este manual, los factores de reducción de esfuerzos son:

**Tabla 7. Factores de reducción de esfuerzos de Ritter en flexión**

<b>Factores que afectan el esfuerzo a flexión</b>	
<b>CD</b>	1,15
<b>CM</b>	0,80
<b>CT</b>	0.95
<b>CR</b>	0,85
<b>CF</b>	1,00

Donde:

**C<sub>D</sub>**: Factor de duración de carga “Normal”. Esta duración representa el tiempo que se espera que los miembros de la estructura estén sometidos al máximo esfuerzo, ya sea continuo o acumulativo, para un período de 10 años. Cuando las cargas de diseño actúan por períodos menores a 10 años, se ajustan los esfuerzos usando el factor C<sub>D</sub>, esto aplica para la resistencia (no en compresión perpendicular ni en Módulo de Elasticidad).

**C<sub>M</sub>**: Factor del contenido de humedad. Tomado para contenidos de humedad mayores a 16%.

**C<sub>T</sub>**: Factor de Temperatura. La resistencia y la rigidez de la madera se incrementan cuando hay frío y decrecen cuando hay calor. Los cambios de resistencia ocurren inmediatamente y dependen de la magnitud del cambio de temperatura y el contenido de humedad. Para temperaturas cerca a 150°F, la pérdida de resistencia es reversible y el miembro recobrará su nivel de resistencia mientras la temperatura baje. Para temperaturas sobre 150° F puede causar una pérdida irreversible en resistencia.

**C<sub>R</sub>**: Factor retardante por fuego. El retardante causa una pérdida en la resistencia; en este caso, se castigarán los esfuerzos admisibles con un C<sub>R</sub> de 0.85, en caso de ser usado en la etapa de mantenimiento.

La Tabla 8 presenta el valor de los factores de reducción de esfuerzos tomados de Ritter.

**Tabla 8. Valores de reducción de esfuerzos según Ritter**

<b>Factor</b>	<b>Observación</b>	<b>Valor</b>	<b>Tomado de (Ritter,1990)</b>
C <sub>D</sub>	Duración de carga	1.15	Tabla 5-8
C <sub>M</sub>	Contenido de humedad	1.00	Tabla 5-7
C <sub>T</sub>	Factor de Temperatura	0.95	Tabla 5-9
C <sub>R</sub>	Factor de retardante contra fuego	0.85	Tabla 5-10
C <sub>F</sub>	Factor de forma	1.00	-

Los esfuerzos admisibles son calculados usando los factores anteriores y los esfuerzos últimos reportados en la Tabla 7. La Tabla 9 presenta los factores usados en cada tipo de esfuerzo último y los esfuerzos admisibles.

**Tabla 9. Esfuerzos admisibles según requerimientos de Ritter**

<b>Ritter</b>	
Flexión (C <sub>D</sub> ,C <sub>M</sub> ,C <sub>T</sub> ,C <sub>R</sub> ,C <sub>F</sub> )	60,37 MPa
Corte paralelo (C <sub>M</sub> )	9,68 MPa
Compresión perpendicular (C <sub>M</sub> ,C <sub>T</sub> )	17,50 MPa
Deflexión	L/360

## Manual del Grupo Andino

Considerando los resultados de laboratorio para la caracterización del material, se han definido los valores admisibles modificando las resistencias últimas de la siguiente forma.

$$\sigma_{\text{admisible}} = \frac{F.C. \times F.T.}{F.S. \times F.D.C} \times \sigma_{\text{último}} \quad (17)$$

Donde F.C. corresponde al factor de calidad, que resulta de la relación de resistencia obtenida en elementos completos y probetas libres de defectos:

$$F.C. = \frac{MOR_{\text{vigas}}}{MOR_{\text{probetas}}} \quad (18)$$

Donde:

MOR: Módulo de rotura.

F.S: Factor de seguridad:

Teniendo en cuenta que el diseño también se efectúa por condiciones de servicio, los esfuerzos deben ser reducidos por debajo del límite proporcional. Los esfuerzos por condiciones de servicio se obtienen dividiendo los correspondientes esfuerzos últimos por un factor de seguridad que toma en cuenta la incertidumbre en:

- Variabilidad de las propiedades del material.
- Confiabilidad de los ensayos de laboratorio.
- Presencia de defectos no detectados.
- Tipo de falla.
- Evaluación de las cargas y la determinación de esfuerzos internos.
- Dimensiones reales de los elementos.

F.T: Factor de tamaño:

En elementos de madera se presenta una disminución del esfuerzo de rotura en flexión a medida que se consideran secciones de mayor tamaño. El tamaño influye en los esfuerzos de rotura en tracción paralela a las fibras y en menor grado en la resistencia a otros tipos de sollicitación.

F.D.C: Factor de duración de carga:

Factor correspondiente a la duración de esfuerzo al que se someterán los elementos.

La Tabla 10 presenta los factores de reducción de esfuerzos según el manual del Grupo Andino.

**Tabla 10. Valores de reducción de esfuerzos según el Manual del grupo Andino**

	<b>Flexión</b>	<b>Corte paralelo</b>	<b>Compresión perpendicular</b>
<b>F.C</b>	0,588	-	-
<b>F.T</b>	0,9	-	-
<b>F.S</b>	2	4	1,6
<b>F.D.C</b>	1,15	-	-

Aplicando los factores de la tabla anterior a los esfuerzos últimos, se obtienen los esfuerzos admisibles reportados en la Tabla 11.

**Tabla 11. Esfuerzos admisibles según requerimientos del Manual del grupo Andino (MGA)**

<b>MGA</b>		
Flexión (FC,FT,FS,FDC)	18,46	MPa
Corte paralelo (FS)	3,03	MPa
Compresión perpendicular (FS)	16,72	MPa
Deflexión	L/350	

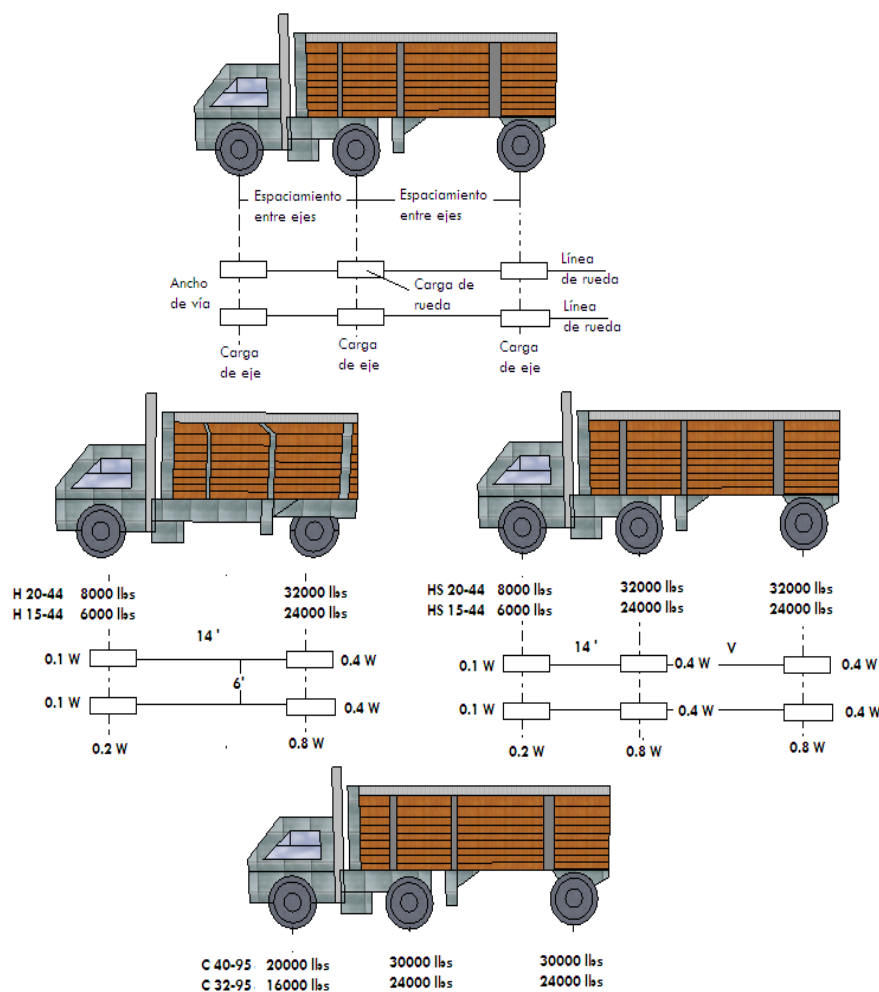
Teniendo en cuenta que los esfuerzos admisibles calculados con la metodología proporcionada por el Manual del Grupo Andino son más críticos, y considerando la incertidumbre de las estructuras en estudio, se opta por utilizar los esfuerzos admisibles reportados en la tabla 11 y la deflexión admisible reportada en la tabla 9.

**Tabla 12. Esfuerzos admisibles finales para PTEGS**

<b>Esfuerzos admisibles FINALES</b>		
Flexión (FC,FT,FS,FDC)	18,46	MPa
Corte paralelo (FS)	3,03	MPa
Compresión perpendicular (FS)	16,72	MPa
Deflexiones	L/360	
PTEGS: Puentes Temporales de Eucalyptus Grandis-Saligna		

## Chequeo de los puentes de 6 y 10 m

Las estructuras en estudio fueron evaluadas por resistencia de acuerdo con las solicitaciones por carga viva. Para este análisis se usaron los 4 vehículos de carga de la AASHTO y los 2 vehículos de carga viva de Invías (Ver Figura 16).



**Figura 16. Vehículos de diseño**

En el Anexo 1 y el Anexo 2 del presente documento se presenta la evaluación por carga viva para los puentes de 6 y 10 m. Para dicho análisis se tomaron en cuenta dos casos de carga, cargas de camión y cargas de carril, según las especificaciones de la AASHTO. El tipo de carga usado para diseño fue el que produjo mayor esfuerzo en la estructura.

### Cargas de camión:

Corresponde a la ubicación de la línea de carga especificada por los ejes de los vehículos de diseño mostrados en la Figura 16.

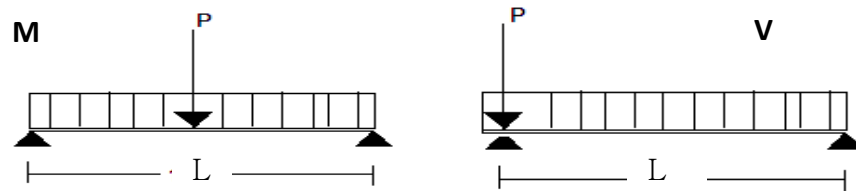
**Cargas de carril:**

Corresponde a la ubicación de una carga distribuida y una carga puntual en proporción al peso bruto del vehículo (GVW).

Carga Uniforme  $W = 0.016 \text{ GVW(lb)}$ :

Carga Concentrada para Momento  $0.45 \text{ GVW(lb)}$ :

Carga Concentrada para Cortante  $0.65 \text{ GVW(lb)}$ :



**Figura 17. Ubicación de la carga para cortante y momento por cargas de carril**

Para determinar los esfuerzos en los elementos que comprenden la estructura se realizó el siguiente análisis (Ritter, 1990):

**Esfuerzo en flexión:**

$$F_b = \frac{M y}{I} \quad (19)$$

Donde

$$M = M_{dl} + M_{ll}$$

$M_{dl}$ : Momento por carga muerta.

$M_{ll}$ : Momento por carga viva.

**Esfuerzo Cortante:**

$$F_v = \frac{1.5 V}{A} \leq F'_v = F_v \times C_M \quad (20)$$

Donde:

A: Área de la sección transversal

$C_M$ : Factor de contenido de humedad

$$V = V_{DL} + V_{LL}$$

$$V_{LL} = 0.5 [(0.6 V_{LU}) + V_{LD}]$$

$V_{LL}$ : Cortante vertical por carga viva distribuida para calcular la cortante horizontal.

$V_{LU}$ : Cortante vertical máxima de una línea de rueda sin distribuir (lb)



$V_{LD}$ : Cortante vertical máxima de las líneas de rueda distribuidas lateralmente como se especifica para momento (lb).

Aplastamiento:

$$F_c = \frac{R}{A} \quad (21)$$

$F_c$ : Esfuerzo de compresión perpendicular al grano.

$R$ : Reacción o fuerza de aplastamiento en el soporte.

$A$ : Área neta de aplastamiento ( $\text{in}^2$ ).

$$F_c' = F_c * C_M * C_t * C_R \quad (22)$$

En los Anexos 1 y 2 se puede apreciar el análisis para los esfuerzos mencionados en cada uno de los elementos en ambos puentes. Las Tablas 13 y 14 presentan un resumen del chequeo realizado a las estructuras. El chequeo para las deflexiones se realizó con los elementos instrumentados en las pruebas de campo.

**Tabla 13. Chequeo de elementos Puente de 6 m**

Long (m)	Elemento	Flexión $F_b/F_b'$	Cortante Hztal $F_v/F_v'$	Aplastamiento $F_c/F_c'$	Deflexión (Chequea/Cumple)
6	1	2.79	0.559	0.576	Ok
	2	2.79	0.559	0.576	
	3	4.07	0.720	0.576	
	4	1.23	0.325	0.578	No
	5	3.57	0.660	0.576	
	6	5.40	0.869	0.576	No
	7	3.57	0.660	0.576	
	8	2.34	0.499	0.577	No
	9	2.79	0.559	0.576	
	10	1.62	0.391	0.577	No
	11	2.34	0.499	0.577	
	12	2.22	0.481	0.577	No
	13	2.34	0.499	0.577	
	14	2.48	0.518	0.577	
	15	2.79	0.559	0.576	Ok

**Tabla 14. Chequeo de elementos Puente de 10 m**

Long (m)	Elemento	Flexión Fb/Fb'	Cortante Hztal Fv/F'v	Aplastamiento Fc/Fc'	Deflexión (Chequea/Cumple)
10	1	1.84	0.76	0.66	No
	2	2.13	0.836	0.66	
	3	2.64	0.966	0.65	No
	4	1.14	0.55	0.66	No
	5	0.69	0.39	0.66	
	6	2.92	1.03	0.65	No
	7	2.64	0.96	0.65	
	8	0.85	0.44	0.66	
	9	1.12	0.54	0.66	No
	10	1.12	0.54	0.66	
	11	3.39	1.144	0.65	No
	12	3.08	1.074	0.65	No

### **Observaciones generales**

Desde el punto de vista de resistencia y bajo las condiciones admisibles más críticas, ambos puentes presentan un déficit en resistencia en flexión y cortante. Desde el punto de vista de rigidez, ninguna estructura cumple con lo admitido en ninguna condición de carga viva.

## 5. AJUSTE DE MODELOS ANALÍTICOS

### 5.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LOS PUENTES

La superestructura se encuentra compuesta por 15 y 12 elementos longitudinales (Troncos) para los puentes de 6 y 10 m respectivamente. Estos elementos se encuentran arriostrados lateralmente por un entablado superior de Chanul que se encuentra pernado con tornillos pasantes a los elementos. La subestructura corresponde a 3 elementos por apoyo que soportan los elementos longitudinales y se encuentran apoyados sobre colchones de gavión de 1 x 4.59 m en el puente de 6 m y de 1 x 4.65 m en el de 10 m. Las Figuras 18 y 19 presentan una vista panorámica de la estructura de 6m y la configuración general.



Figura 18. Vista Panorámica Puente de 6m



Figura 19. Configuración general de los puentes

## 5.2. CONSTRUCCIÓN DE MODELOS EN SAP2000

Se construyeron modelos en elementos finitos de los puentes de 6 y 10 m de longitud en el programa de diseño y análisis estructural SAP2000, con la información obtenida del levantamiento estructural. Para la construcción del modelo de elementos finitos se consideró el apoyo de las vigas longitudinales como apoyo simple. Para los soportes, se modelaron los elementos con apoyos elásticos a compresión en toda su longitud, para simular el comportamiento del enrocado. Tanto los elementos viga como los de soporte son elementos tipo “frame” con la asignación de la sección que corresponde. El material en el modelo corresponde a un material anisótropo definido por las constantes elásticas obtenidas de los ensayos en probetas.

El modelo construido del Puente de 6 m de longitud tiene 609 Nodos y 3426 Grados de Libertad, y el de 10 m tiene 790 Nodos y 4522 grados de libertad. Los modelos de ambos puentes son modelos simplificados que no tienen en cuenta el retiro de una sección cilíndrica transversal en las vigas longitudinales con el propósito de pasar los pernos de ajuste del entablado superior. Esta sección es retirada a lo largo de los elementos longitudinales, lo que es relevante si se tiene en cuenta que el elemento se agrieta longitudinalmente. Las uniones entre los elementos del entablado superior y los elementos longitudinales fueron modeladas como uniones rígidas.

Las Figuras 20 y 21 presentan los esquemas de los MEF de ambas estructuras y las Tablas 15 y 16 los diámetros iniciales medidos en campo.

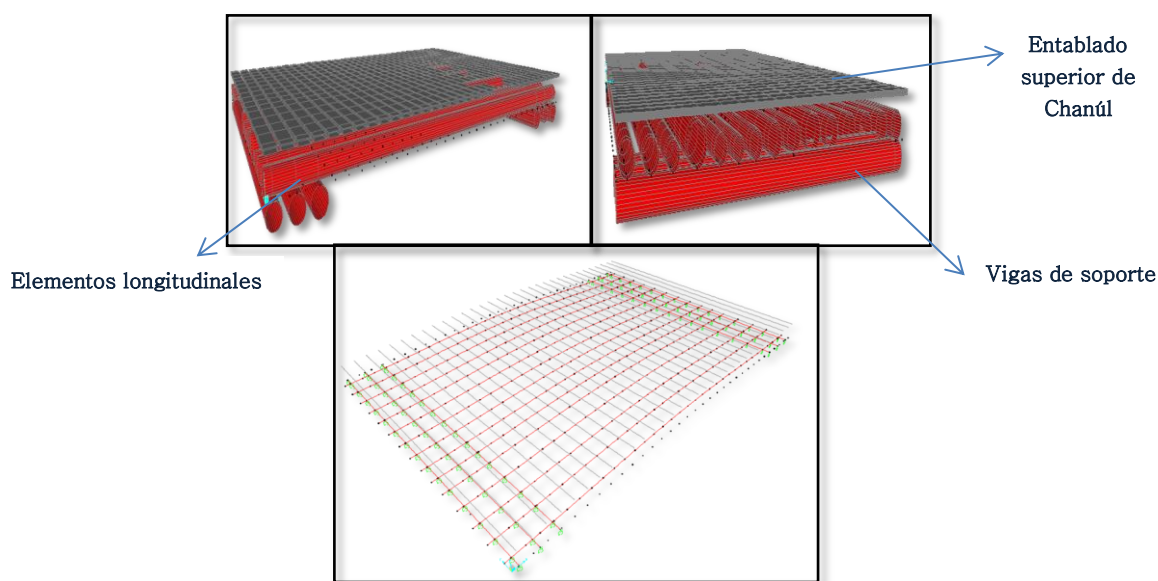


Figura 20. MEF Puente de 6 m

Tabla 15. Propiedades de los elementos del MEF del Puente de 6 m

Nombre	Material	$\Phi$ [cm]
VIGAS LONG-1	Eucalyptus_Saligna	25.46
VIGAS LONG-2		25.46
VIGAS LONG-3		22.41
VIGAS LONG-4		33.61
VIGAS LONG-5		23.42
VIGAS LONG-6		20.37
VIGAS LONG-7		23.42
VIGAS LONG-8		26.99
VIGAS LONG-9		25.46
VIGAS LONG-10		30.56
VIGAS LONG-11		26.99
VIGAS LONG-12		27.50
VIGAS LONG-13		26.99
VIGAS LONG-14		26.48
VIGAS LONG-15		25.46
VIGAS SOPORTE 1	Madera Aserrada	24.92
VIGAS SOPORTE-2		25.10
VIGAS SOPORTE-3		24.36
VIGAS SOPORTE-4		25.13
VIGAS SOPORTE-5		24.15
VIGAS SOPORTE-6		26.10
Nombre	Material	Área (cm2)
Entablado20x5cm	Madera Aserrada	100

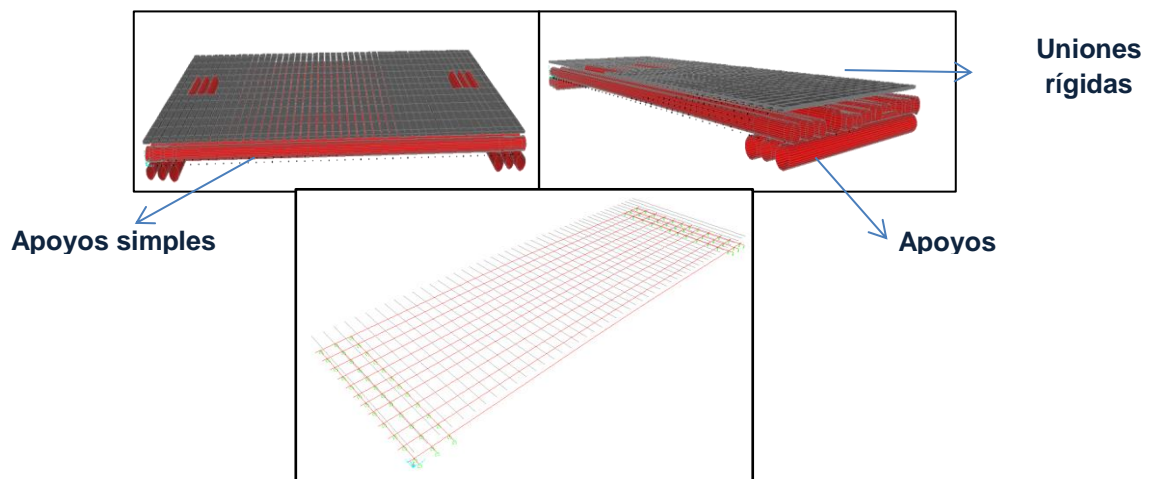


Figura 21. MEF Puente de 10 m

Tabla 16. Propiedades de los elementos del MEF del Puente de 10 m

Nombre	Material	$\Phi$ [cm]
VIGAS LONG-1	Eucalyptus_Saligna	37.00
VIGAS LONG-2		35.20
VIGAS LONG-3		32.70
VIGAS LONG-4		43.70
VIGAS LONG-5		52.20
VIGAS LONG-6		31.60
VIGAS LONG-7		32.70
VIGAS LONG-8		48.60
VIGAS LONG-9		44.00
VIGAS LONG-10		44.00
VIGAS LONG-11		30.00
VIGAS LONG-12		31.00
VIGAS SOPORTE 1		24.92
VIGAS SOPORTE-2		29.01
VIGAS SOPORTE-3		35.88
VIGAS SOPORTE-4		35.93
VIGAS SOPORTE-5		27.00
VIGAS SOPORTE-6		35.92
Nombre	Material	Área (cm <sup>2</sup> )
Entablado20x5cm	Madera Aserrada	100

### 5.3. ASPECTOS GENERALES DEL AJUSTE

El proceso de ajuste de los modelos desarrollados en SAP2000 se realizó aplicando variaciones en 15 parámetros de ajuste hasta obtener una correlación satisfactoria entre los resultados experimentales y los resultados analíticos.

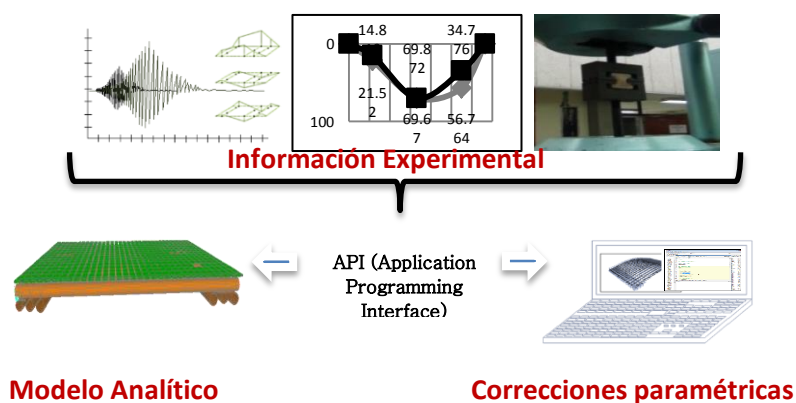


Figura 22: Esquema general del proceso de Ajuste usando API

La variación de los parámetros se realizó utilizando la Interfaz de Programación de Aplicaciones (API) que permite automatizar los procesos de análisis de los modelos. La API permite vincular SAP2000 con un software de programación como Matlab para el intercambio bidireccional de información.

El proceso de ajuste presentado en la Figura 22 sigue los siguientes pasos:

Información experimental: La información obtenida de la caracterización mecánica del material, de las pruebas de carga en campo y de los datos arrojados del análisis dinámico, es usada para ajustar el modelo. La información del material permite hacer correcciones paramétricas en las constantes con el propósito de mejorar la correlación entre las deflexiones, frecuencias y modos experimentales, con las deflexiones, frecuencias y modos del modelo numérico. Se realiza una selección de los parámetros más sensibles en el ajuste y se define un rango de variación para los mismos usando la información experimental.

Correcciones paramétricas: Usando la API, se realizan de manera automática modificaciones en la magnitud de los parámetros escogidos y se extrae del modelo analítico la información en deflexión, frecuencias y modos. La información extraída del modelo es comparada con la información experimental mediante una Función de correlación o Función Objetivo (FO) que evalúa el error. La condición de término del ajuste será haber determinado el conjunto de parámetros que reflejan el menor error posible entre los datos comparados.

### **Función Objetivo**

Para llevar a cabo el proceso de ajuste, se debe contar con una función de correlación o función objetivo que compare las diferencias entre los resultados del modelo analítico y los resultados experimentales. En este caso se usaron tres FO distintas para ajustar el modelo a tres fechas de pruebas. Para las fechas 1 y 3 se cuenta con información estática de tres vehículos de carga. Para la fecha 2 se cuenta además con información dinámica.

$$FO_{F1} = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k \left\{ \left[ \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m \left| \frac{\delta_{em} - \delta_{am}(P)}{\delta_{em}} \right| \right]_{HD_n} + \left[ \frac{1}{m} \sum_{x=1}^m \left| \frac{\delta_{ex} - \delta_{ax}(P)}{\delta_{ex}} \right| \right]_{HT_n} \right\} \quad (23)$$

Para k=3 (Casos de carga) y m=5 (Puntos donde fue medida la deflexión).  
HD: Huella Delantera; HT: Huella Trasera

$$FO_{F2} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left[ 1 - \text{MAC}(\phi_{ej}, \phi_{ai}(P)) + \left| \frac{F_{ei} - F_{ai}(P)}{F_{ei}} \right| \right] + \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \left[ \frac{1}{m} \sum_{x=1}^m \left| \frac{\delta_{ex} - \delta_{ax}(P)}{\delta_{ex}} \right| \right]_t \quad (24)$$

Para  $n=3$  (No de modos analizados),  $k=3$  (Casos de carga) y  $m=7$  (Puntos donde fue medida la deflexión).

$$FO_{F3} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \left[ \frac{1}{m} \sum_{x=1}^m \left| \frac{\delta_{ex} - \delta_{ax}(P)}{\delta_{ex}} \right| \right]_t \quad (25)$$

Para  $k=3$  (Casos de carga) y  $m=7$  (Puntos donde fue medida la deflexión).  
Donde:

$$\text{MAC}(\phi_{ej}, \phi_{ai}(P_j)) = \frac{\{\phi'_{ai} \phi_{ej}\}^2}{\{\phi'_{ai} \phi_{ai}\} \{\phi'_{ej} \phi_{ej}\}} \quad (26)$$

Criterio de ganancia modal: MAC     $P_j$ : Parámetros de ajuste

Frecuencias experimentales:  $F_{ei}$      $\delta_a$ : Deflexiones Analíticas

Frecuencias analíticas:  $F_{ai}$      $\phi_{ej}$ : Coordenadas modales experimentales

Deflexiones experimentales:  $\delta_e$      $\phi_{ai}$ : Coordenadas modales analíticas

## Análisis de Sensibilidad

Se realizó un análisis de sensibilidad en el modelo analítico del Puente de 6 m de longitud usando como FO la Ec. 24, para establecer cuáles parámetros tienen mayor sensibilidad en el ajuste.

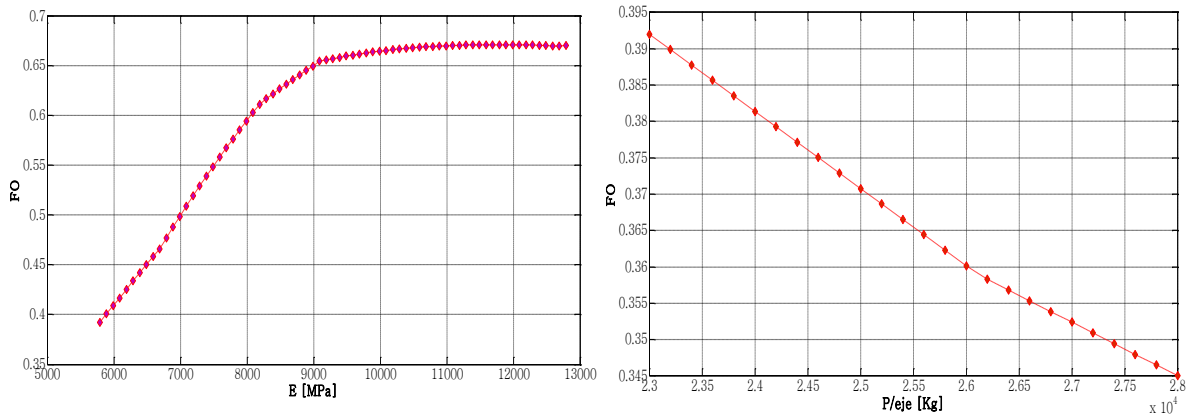
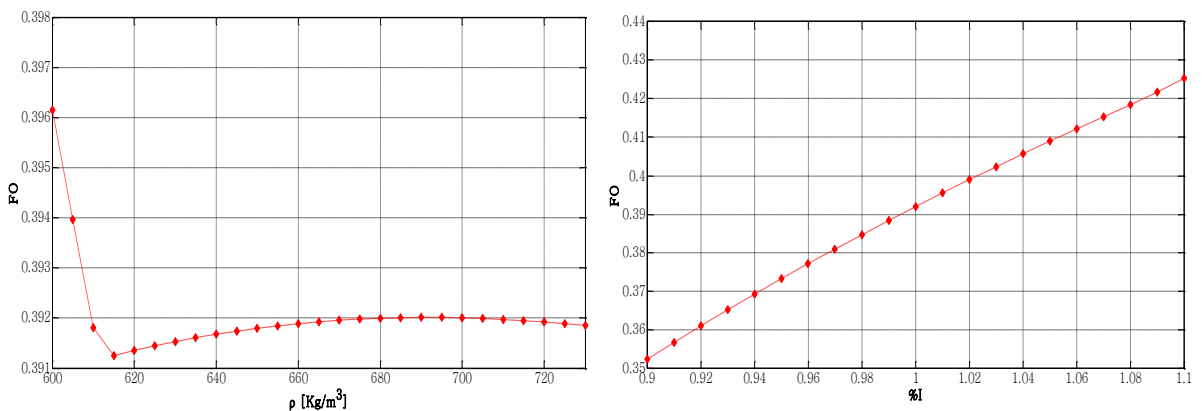


Figura 23. Sensibilidad de la FO para E1 y P/eje



Los parámetros a analizar fueron:

- ✓ Módulo de elasticidad Longitudinal (E1)  
Las constantes (E2, E3, G12, G13) se variaron usando la proporción establecida en la columna final de la Tabla 2. El rango de variación incluye los resultados obtenidos en probetas y elementos completos.
- ✓ Densidad del material ( $\rho$ )
- ✓ Carga por eje del vehículo de prueba (P/eje).
- ✓ Porcentaje de variación de la inercia de la sección de los elementos (%I)



**Figura 24. Sensibilidad de la FO para %I y  $\rho$**

El modelo desarrollado, como se mencionó anteriormente, no considera el agrietamiento longitudinal de los elementos y existe una incertidumbre en la medición de las secciones, por lo tanto, la inercia de los elementos también es considerada como un parámetro de ajuste. La Tabla 17 presenta el valor fijo de los parámetros cuando los demás son analizados.

**Tabla 17. Valor de parámetros para el análisis de Sensibilidad**

Parámetro (P)	Magnitud
Módulo de Elasticidad Longitudinal (E1)	5789 MPa
Densidad del material ( $\rho$ )	694 kg/m <sup>3</sup>
Carga del vehículo por eje (P)	23000 kg
Rigidez de los soportes ( $K_s$ )	250000 kg-m
Incremento de la sección de elementos (% I)	1

El análisis de sensibilidad muestra que el Módulo de Elasticidad longitudinal (E1) tiene gran incidencia en los resultados de la función objetivo (FO). Estos son resultados esperados si tenemos en cuenta que influyen directamente en la rigidez del puente y, por lo tanto, en la respuesta dinámica y estática.

### Parámetros elegidos para el ajuste

Cada uno de los 15 parámetros cuenta con un grado de incertidumbre definido por un rango de variación. Algunos de estos rangos se definieron de acuerdo con los resultados experimentales y otros de acuerdo con la bibliografía. En la Tabla 18 se presenta el rango de variación de los parámetros elegidos para el ajuste.

**Tabla 18. Rango de variación de los parámetros a actualizar**

No	Parámetro	Símbolo	Rango	Unidades
1.	Densidad del Material	$\rho$	[600-750]	kg/m <sup>3</sup>
2.	Módulo de Elasticidad Longitudinal	E1	[5789-12800]	MPa
3.	% Módulo de Elasticidad Tangencial	E2/E1	[0.015-0.089]	-
4.	% Módulo de Elasticidad Radial	E3/E1	[0.046-0.197]	-
5.	% Módulo de Corte Longitudinal-Radial	G13/E1	[0.038-0.21]	-
6.	% Módulo de Corte Longitudinal-Tangencial	G12/E1	[0.032-0.187]	-
7.	% Módulo de Corte Tangencial-Radial	G23/E1	[0.003-0.028]	-
8.	Razón de Poisson Longitudinal-Radial	$\nu_{13}$	[0.229-0.495]	-
9.	Razón de Poisson Longitudinal-Tangencial	$\nu_{12}$	[0.276-0.641]	-
10.	Razón de Poisson Tangencial-Radial	$\nu_{23}$	[0.373-0.912]	-
11.	Rigidez de los Soportes	Rs	[2.5E5-7.5E5]	kg-m/m
12.	% Incremento de la Inercia de la sección	% $\phi$	[0.9-1.20]	-
13.	Peso por eje Volqueta	Wvol	[12700-13600]	kg
14.	Peso por eje Doble Troque	WdT	[23000-28000]	kg
15.	Peso por eje Tractomula	WTc	[20000-22000]	kg

## 5.4. ANÁLISIS DE LOS MODELOS ANTES DEL AJUSTE

Se evaluó el grado de correlación entre los modelos iniciales de ambas estructuras usando las Ec. 24 que evalúa el error en deflexión, frecuencias y modos. La Tabla 19 presenta el valor de los parámetros escogidos inicialmente para ambos modelos.

Tabla 19. Valor de parámetros para los modelos iniciales

Parámetro	Observación	MAGNITUD
1 E1 [MPa]	Módulo de Elasticidad Longitudinal	12067
2 $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Densidad del Material	694
3 E2 [MPa]	Módulo de Elasticidad tangencial	401
4 E3 [MPa]	Módulo de elasticidad Radial	446
5 G13 [MPa]	Módulo de Corte Longitudinal-Radial	1162
6 G12 [MPa]	Módulo de Corte Longitudinal-Tangencial	1120
7 G23 [MPa]	Módulo de Corte Tangencial-Radial	500
8 $\nu_{13}$	Razón de Poisson Longitudinal-Radial	0.57
9 $\nu_{12}$	Razón de Poisson Longitudinal-Tangencial	0.55
10 $\nu_{23}$	Razón de Poisson Tangencial-Radial	0.35
11 Ks [kg-m/m]	Rigidez de los soportes	250000
12 %I	% Incremento de la inercia de la Sección	1
13 Pvol [kgf]	Peso por eje de la Volqueta	12700
14 Pdt [kgf]	Peso por eje del Doble Troque	23000
15 Ptrm [kgf]	Peso por eje de la Tractomula	20000

## MEF del Puente de 6m

Fecha 1 (Enero 2012): Diferencia de 26.59%

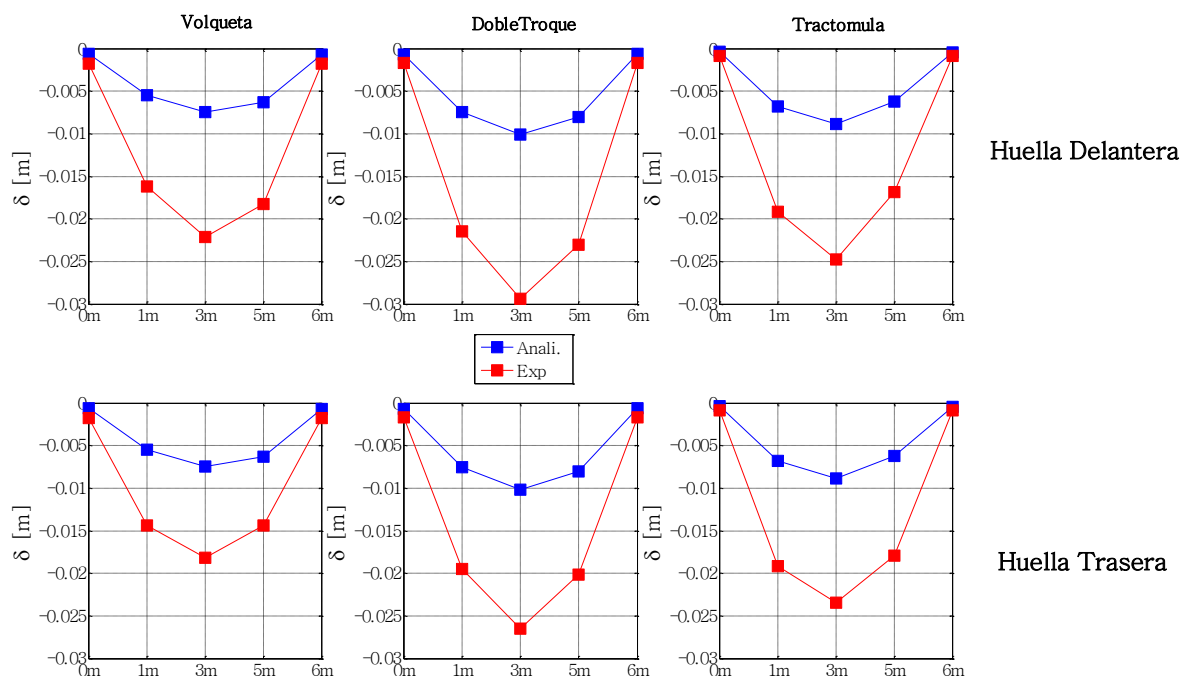
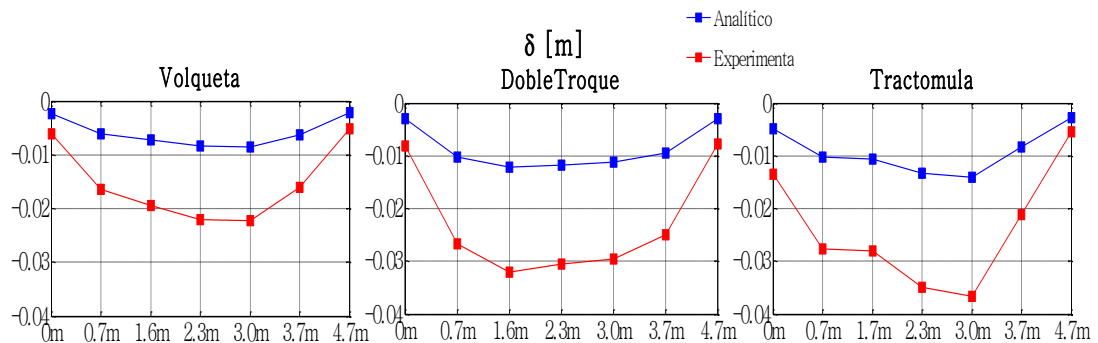


Figura 25. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 1, puente de 6m

Observación: La comparación en esta fecha se realizó sólo con información estática. La Figura 25 presenta la diferencia entre los perfiles de deflexión para el caso analítico y experimental.

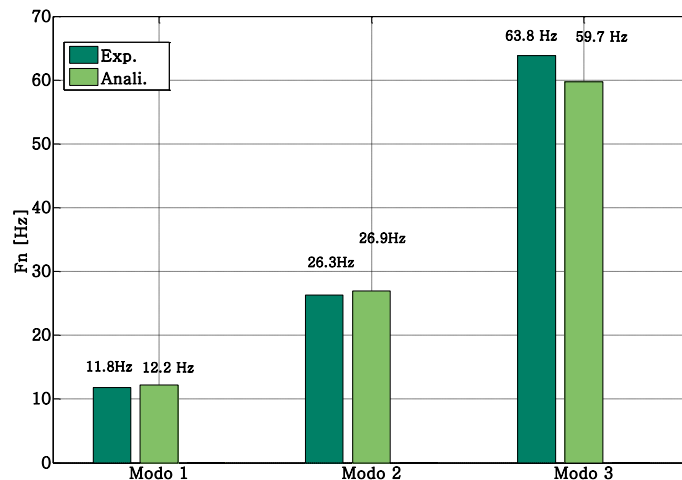
Fecha 2 (Abril 6 2013): Diferencia de 69.95%

Observación: La comparación en esta fecha se realizó con información dinámica y estática. La Figura 26 presenta las diferencias entre los perfiles de deflexión analíticos y experimentales.



**Figura 26. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2, puente de 6m**

La Figura 27 presenta un gráfico de barras que compara las frecuencias asociadas a las tres primeras formas modales de la estructura, para el caso experimental y para el caso analítico, y la Figura 28 presenta el MAC.



**Figura 27. Comparación en Frecuencia para el puente de 6 m**

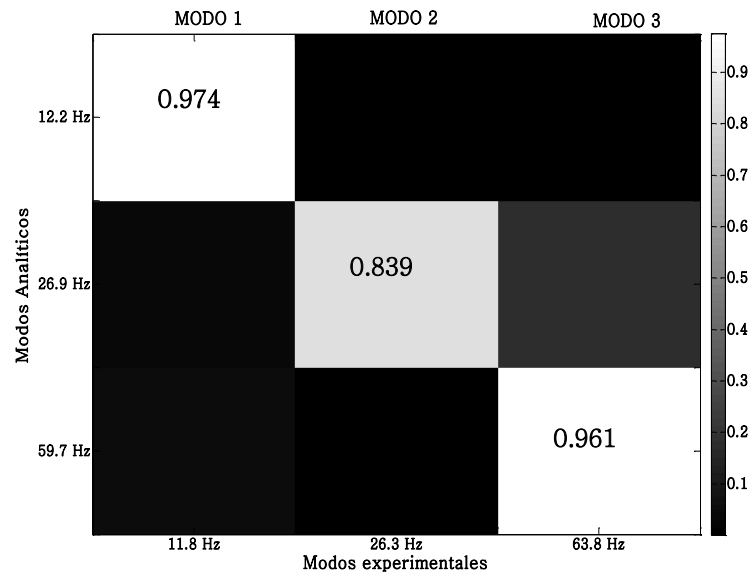


Figura 28. Matriz MAC para el puente de 6m

Fecha 3 (Julio 6 2013): **Diferencia de 32.17%**

Observación: La comparación en esta fecha se realizó con información estática. La Figura 29 presenta los perfiles de deflexión analíticos y experimentales.

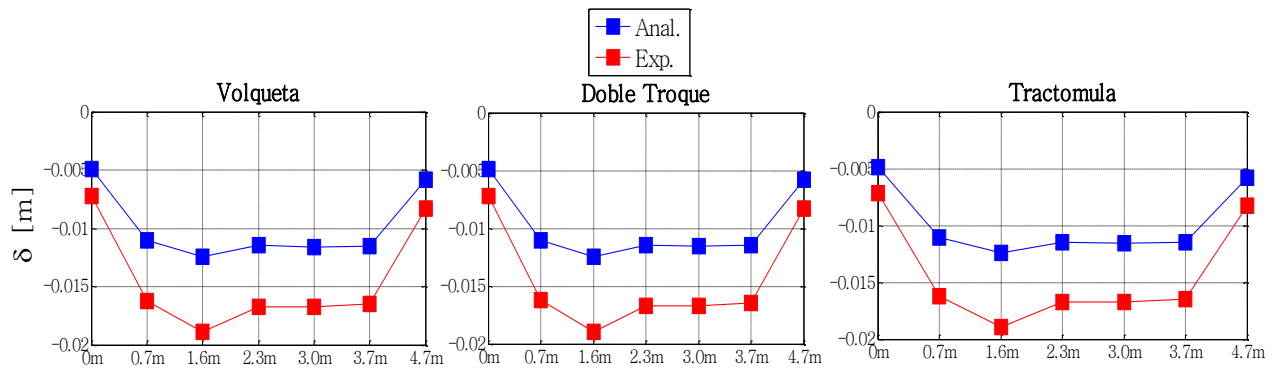
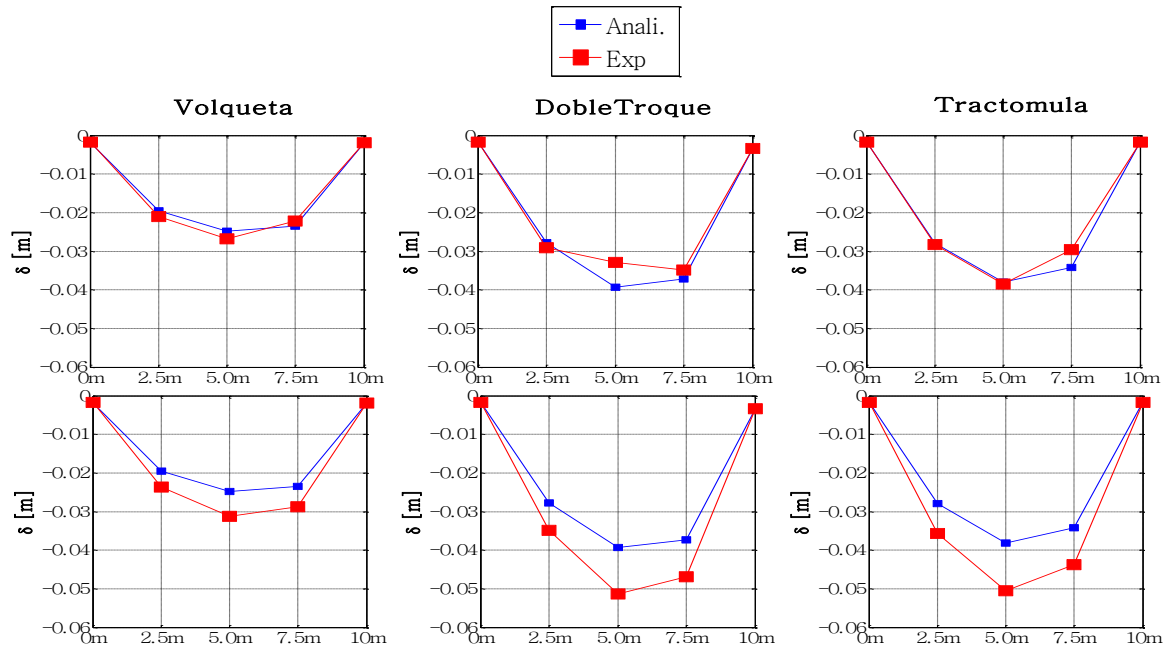


Figura 29. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2 del puente de 6m

## MEF del Puente de 10m

Fecha 1 (Marzo 2013): Diferencia de 9.37%

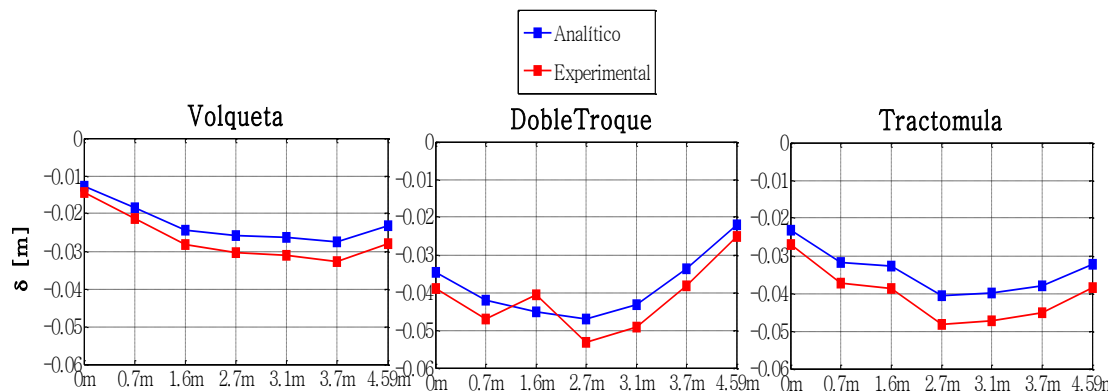
Observación: La comparación en esta fecha se realizó sólo con información estática. En la Figura 30 se presentan los perfiles de deflexión.



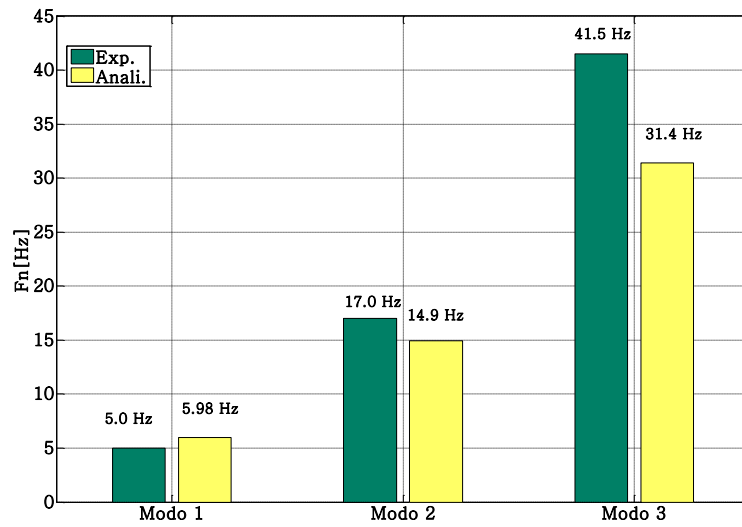
**Figura 30. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 1 del puente de 10m**

Fecha 2 (Abril 6 2013): Diferencia de 45.18%

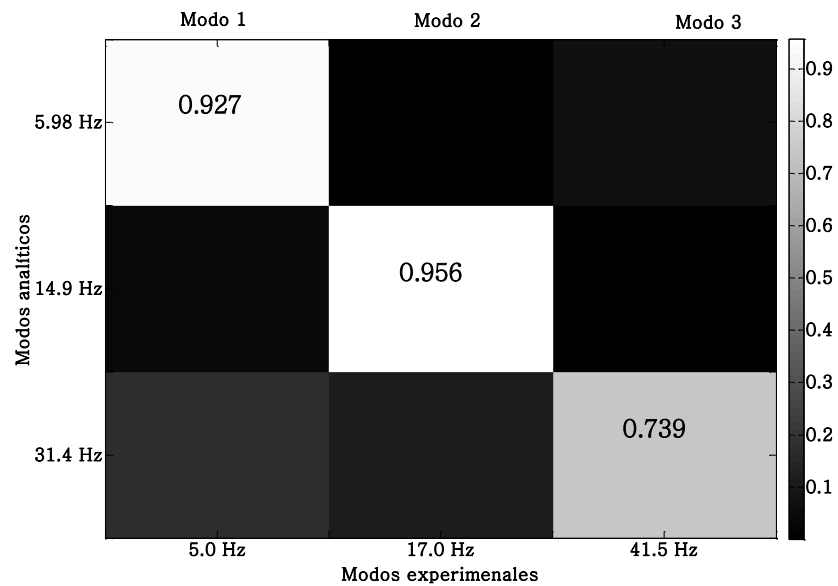
Observación: La comparación en esta fecha se realizó con información dinámica y estática. La Figura 31 presenta las deflexiones analíticas y experimentales y las Figuras 32 y 33 las diferencias en frecuencia y MAC respectivamente.



**Figura 31. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 2 del puente de 10m**



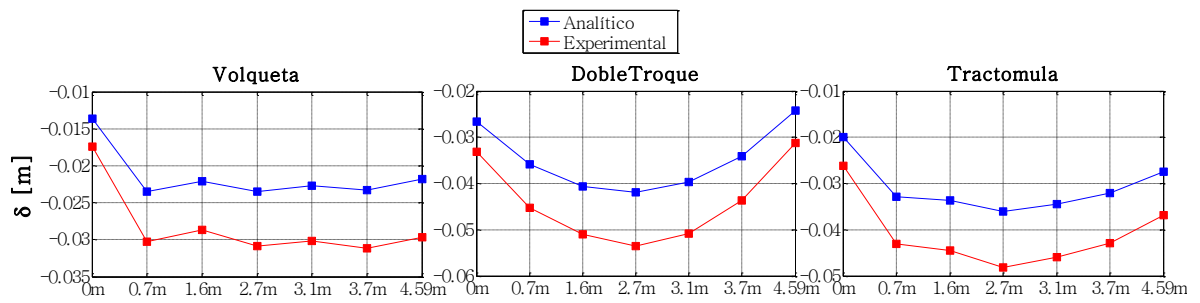
**Figura 32. Comparación en Frecuencia para el puente de 10 m**



**Figura 33. Matriz MAC para el puente de 10m**

Fecha 3 (Julio 6 2013): **Diferencia de 23.29%**

Observación: La comparación en esta fecha se realizó con información estática. La Figura 34 presenta los perfiles de deflexión analíticos y experimentales.



**Figura 34. Deflexiones analíticas y experimentales para la fecha 3 del puente de 10m**

## 5.5. AJUSTE DEL MEF DEL PUENTE DE 6M

Se realizaron ajustes usando las metodologías HTMGA, SQP y Bayes Inference mencionadas anteriormente. Cada ajuste corresponde a una fecha distinta según los datos experimentales registrados. El ajuste usando las fechas 1 y 3 de ensayos (casos 1 y 2) tuvo como fin obtener información que permitiera descartar o validar los datos obtenidos en el ajuste de la fecha 2 (caso 3). De la fecha 2 serán extraídos los valores del conjunto de parámetros que serán usados en las simulaciones, ya que esta fecha integra tanto información estática como información dinámica de la estructura. La Tabla 11 presenta las características del equipo utilizado.

**Tabla 20. Características del equipo usado para el ajuste**

Modelo	Descripción
Server PET 420	Procesador: Intel® Xeon® CPU E5-2440 0 @ 2.40 GHz (2 procesadores) Memoria RAM: 16.0 GB

### Estructura del Algoritmo HTMGA:

Tipo de Optimización: Minimizar FO.

Tamaño de la Población: 70.

Número de parámetros: 15.

Restricciones: Ver Tabla 10.

Número máximo de generaciones: 50.

Población Élite: 5.

Límite Función de correlación: 0.1

Población Inicial: Sujeta a valores iniciales del rango (Ver tabla 11)



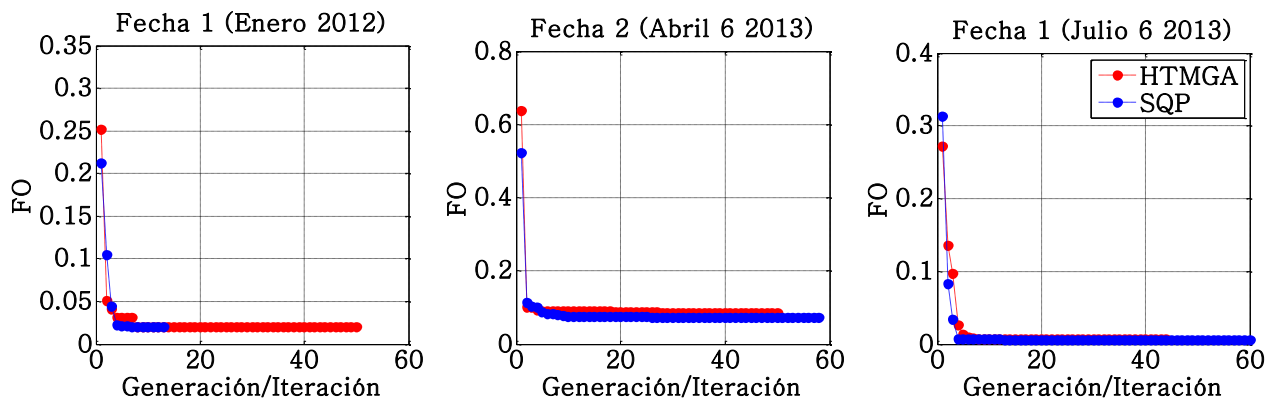
### Estructura del Algoritmo SQP:

Máximo número de Iteraciones: 400

Máximo número de evaluaciones de la FO: 1000

Restricciones: Sujeta a los bordes del rango (Ver tabla 11)

La FO utilizada en la fecha 1 (caso 1) se encuentra definida por la Ec. 23, el ajuste en la fecha 3 (caso 2) fue evaluado usando la Ec. 25 y la fecha 2 (caso 3) evaluó el ajuste usando a Ec. 24. La Figura 35 presenta el comportamiento de la FO en cada metodología durante el proceso de ajuste.



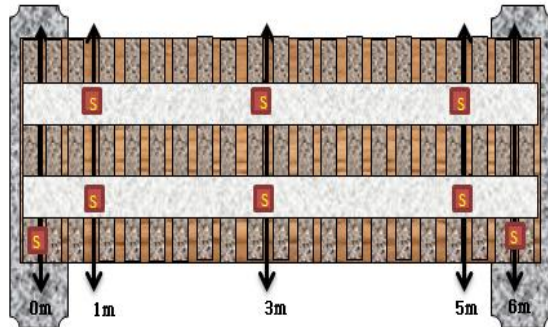
**Figura 35. Comportamiento de la FO por método para todas las fechas en el Puente de 6m**

#### Caso 1: Enero de 2012

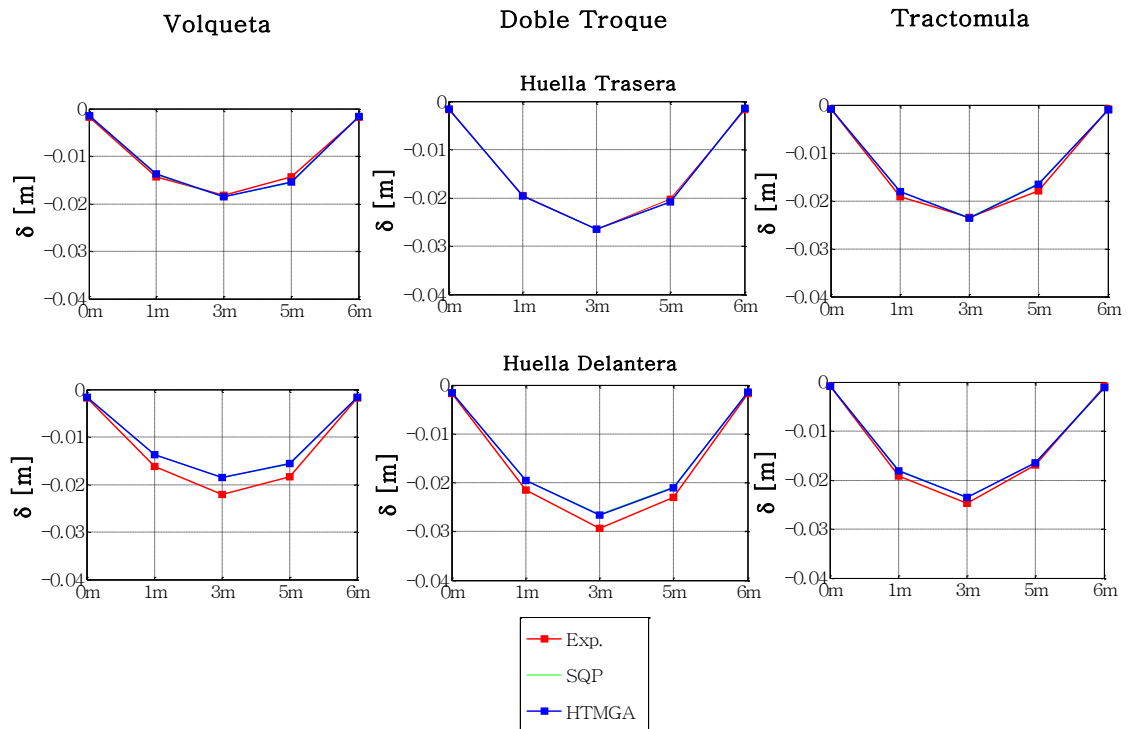
En la primera fecha de ensayo sólo se realizaron pruebas de carga, por lo tanto, el ajuste del modelo para esta fecha se realizó en términos de las deflexiones para las tres condiciones de carga usadas durante el ensayo.

El ajuste con SQP alcanzó una correlación de 97.96% para un valor de la FO de 0.0204; el método aplicó 13 iteraciones y 315 evaluaciones de la FO empleando 4 horas. Es importante destacar que este porcentaje de correlación se alcanzó para la segunda actualización; en la primera, SQP mantuvo 14 de los 15 parámetros en el borde del rango y sólo hizo modificaciones en el primer parámetro que corresponde al módulo de elasticidad longitudinal. El método HTMGA alcanzó una correlación de 98% con 50 generaciones. El valor alcanzado de la FO fue de 0.0200 en 42.85 horas. En la Figura 34 se aprecia el comportamiento de la FO para las iteraciones y generaciones de los métodos SQP y HTMGA respectivamente. Los resultados presentados en la Tabla 22 indican que ambas metodologías encontraron el mismo conjunto de parámetros solución con ligeras diferencias en su magnitud. Los resultados del ajuste para las deflexiones

experimentales son presentados en la Figura 37 para ambos métodos. La ubicación de los sensores en este ensayo es presentada en la Figura 36.



**Figura 36. Ubicación de sensores fecha 1 (caso 1), puente de 6m**

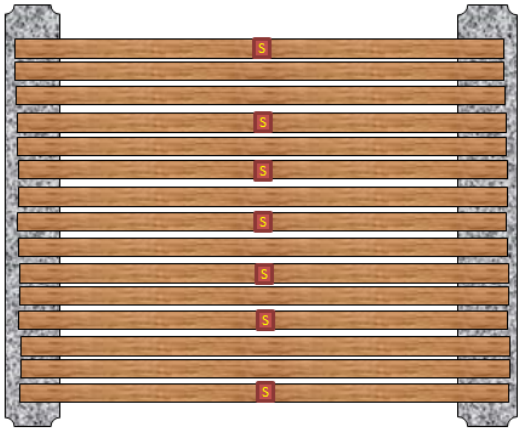


**Figura 37. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 1, Puente de 6m**

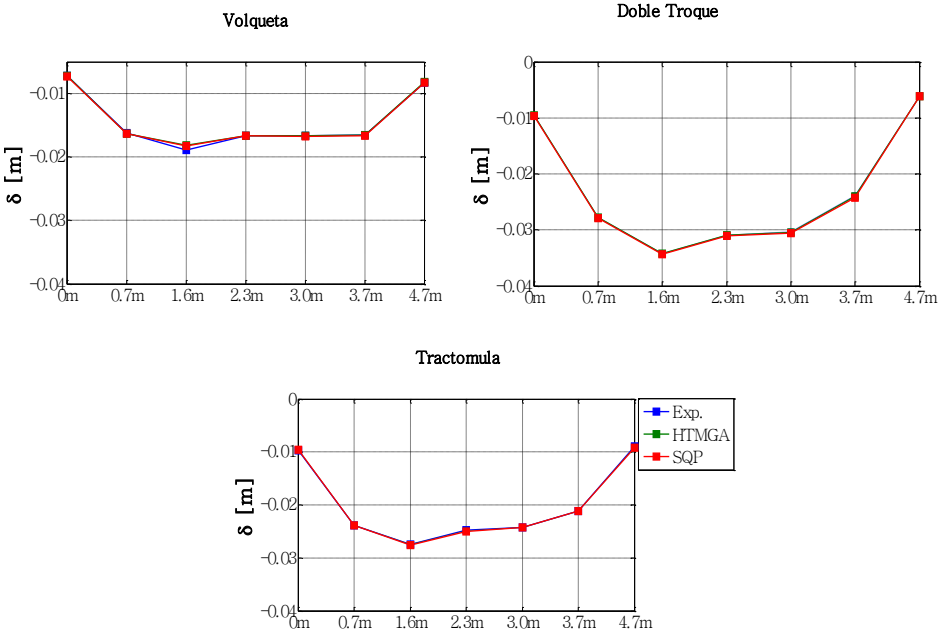
### Caso 2: Julio 2013

En el ajuste para la tercera fecha, al igual que en la primera, sólo se contó con información estática experimental. El método de Programación Cuadrática Secuencial y el método HTMGA alcanzaron ambos una correlación de 99%. El

tiempo empleado por el primer método fue de 12.24 horas y por el segundo de 35.97 horas. El perfil de deflexiones experimental y el perfil obtenido en el ajuste por cada uno de los métodos son presentados en la Figura 39. La Figura 38 presenta la ubicación de sensores.



**Figura 38. Ubicación de sensores para la fecha 3 (caso 2), Puente de 6m**



**Figura 39 Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 2, Puente de 6m**

### Caso 3: Abril 2013

Para la segunda fecha de ensayo, además de los métodos determinísticos que se han venido empleando, se incorporó un análisis probabilístico. El ajuste se realizó para la información estática y dinámica obtenida en pruebas de campo y la FO está definida por la Ec. 24. El Método de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) logró una correlación de 92.64% para un valor de la FO de 0.0736. El método empleó 58 iteraciones y 1011 evaluaciones de la FO, con un costo computacional de 14.9 horas. El método HTMGA alcanzó una correlación de 91.46% para 58 generaciones. El valor alcanzado de la FO fue de 0.0854 en 52.12 horas.

### **Análisis probabilístico usando Inferencia Bayesiana**

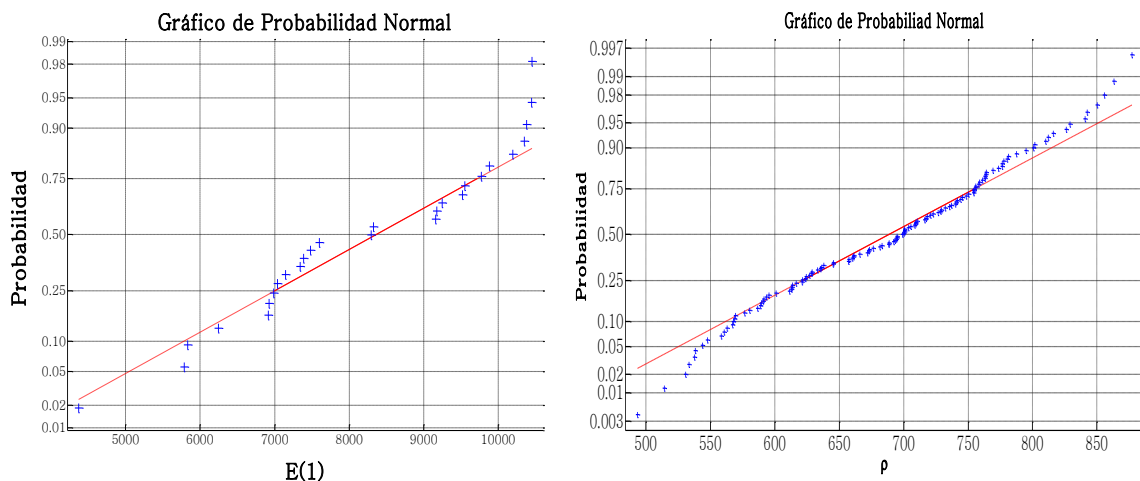
El ajuste usando Inferencia Bayesiana se centró en los parámetros con mayor incertidumbre:

1. Módulo de elasticidad longitudinal  $E1$ .
2. Densidad del material ( $\rho$ )
3. Porcentaje de la Inercia de la sección de los elementos (%I).
4. Desviaciones estándar ( $\sigma_1$ ) y ( $\sigma_2$ ) en la función que define la Likelihood en el teorema de Bayes.

### Construcción de la Prior para $E(1)$ y $\rho$

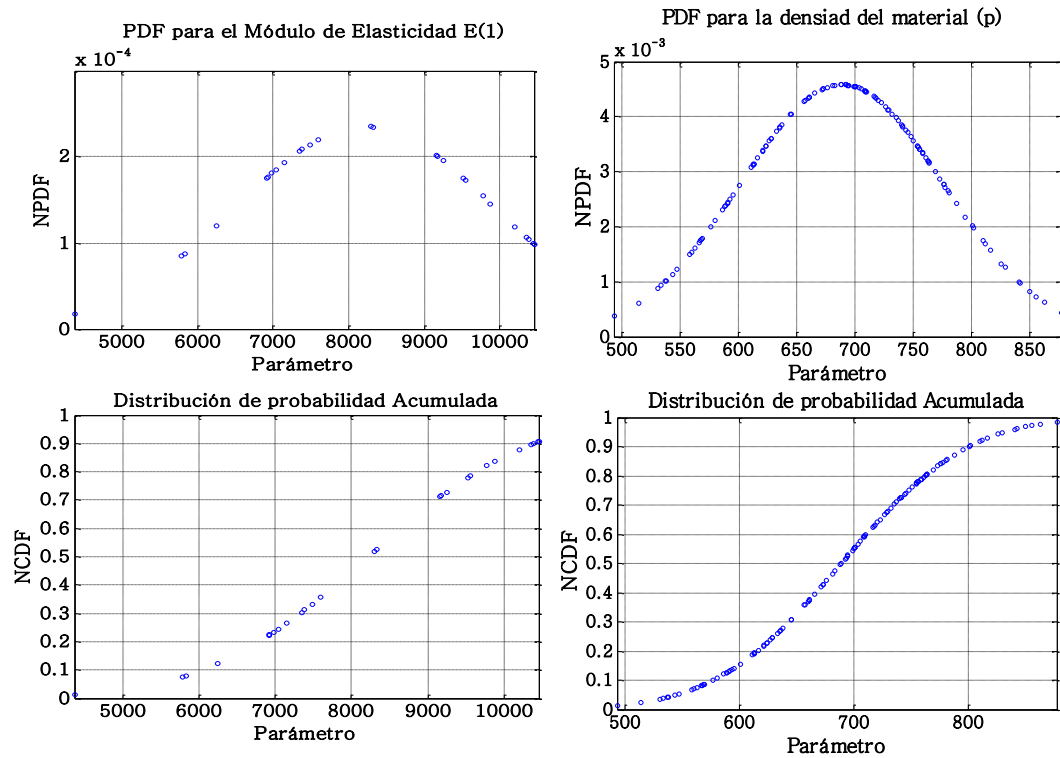
Como lo muestra la Figura 40, los parámetros  $E1$  y  $\rho$  se encuentran representados por una distribución gaussiana.

En la Figura 41 son presentadas las Funciones de Densidad de Probabilidad



**Figura 40. Probabilidad Normal para los parámetros  $E1$  [MPa] y  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]**

(PDF) y las Funciones de Distribución de Probabilidad Acumuladas para los datos experimentales.



**Figura 41. Prior para  $E1$  [MPa] y  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]**

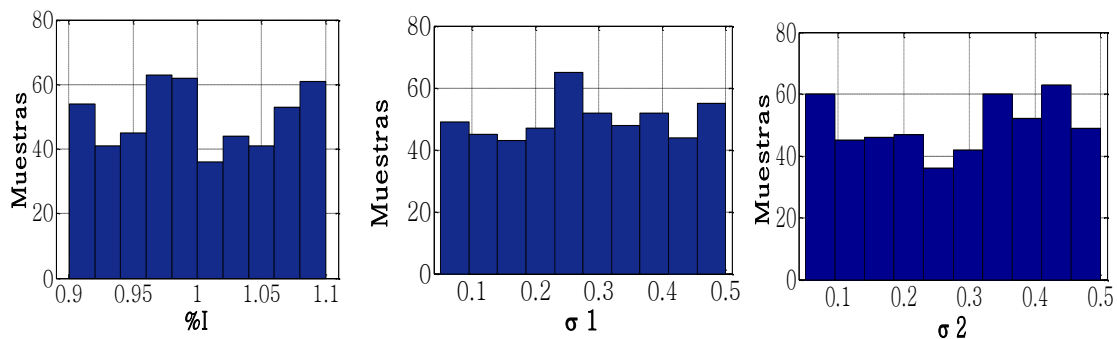
Donde

NPDF: Normal Probability Density Function

NCDF: Normal Cumulative Distribution Function

### Construcción de la Prior $P(\theta)$ para $\%I$ , $\sigma_1$ y $\sigma_2$

En el caso de los parámetros  $\%I$ ,  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , no existe información previa para la construcción de una función de distribución de probabilidad, por lo tanto, la definición de la Prior deberá tener mínima influencia en la inferencia; a este tipo de distribuciones previas se les conoce como Non-informative Prior.



**Figura 42. PDF Prior para  $\%I$ ,  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$**

La PDF Prior para los parámetros especificados corresponde a una distribución uniforme. Para todos los casos fueron empleadas 500 muestras. Para la construcción de la Prior del modelo se establece la no dependencia entre parámetros, por lo tanto, será proporcional al producto de las PDF Prior definidas para los parámetros independientes.

$$P(\theta) \propto P(E) \times P(\rho) \times P(\%I) \times P(\sigma_1) \times P(\sigma_2) \quad (26)$$

Donde:

$P(E)$ : PDF Prior para E1.

$P(\rho)$ : PDF Prior para  $\rho$ .

$P(\%I)$ : PDF Prior para %I.

$P(\sigma_1)$ : PDF Prior para  $\sigma_1$ .

$P(\sigma_2)$ : PDF Prior para  $\sigma_2$ .

La matriz Prior es una matriz de 5 dimensiones (Número de parámetros), donde las distribuciones normales cruzadas entre E y  $\rho$  son constantes en las otras dimensiones de la distribución, pues se encuentran asociadas a distribuciones uniformes. En la Figura 43, se presenta el muestreo de Gibbs con el que se obtuvo muestras aleatorias a partir de la distribución de probabilidad Prior conocida. El punto rojo representa el punto inicial.

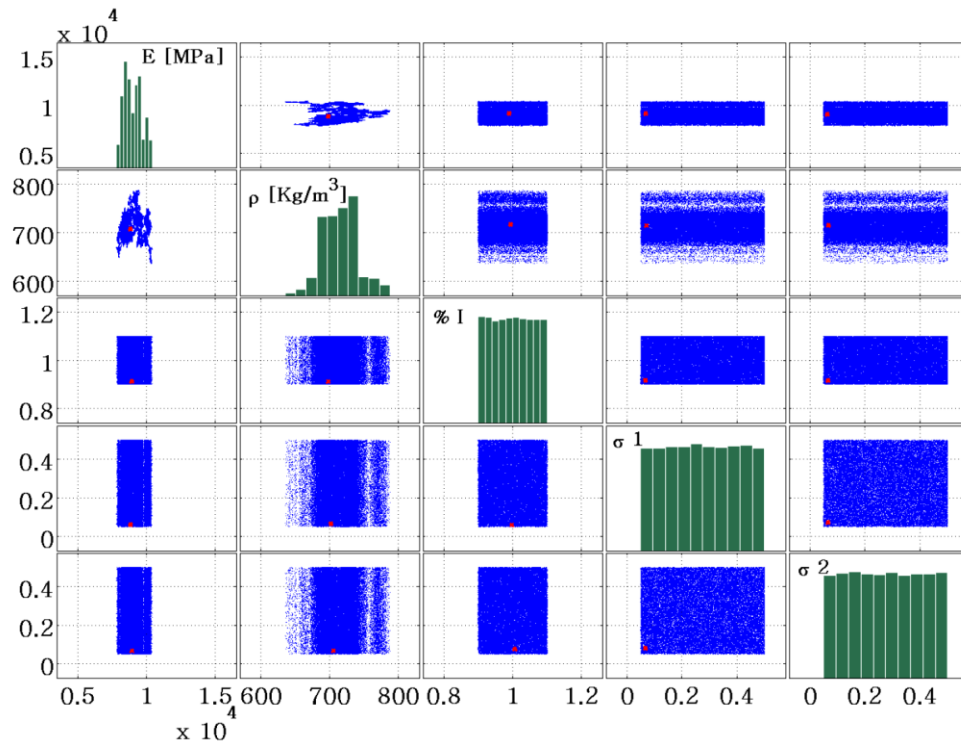


Figura 43. Muestreo de Gibbs para  $P(\theta)$

### Construcción de la función de verosimilitud (Likelihood $P(x|\theta)$ )

Para la construcción de la Likelihood, se realizó la simulación usando algunos valores obtenidos del muestreo de Gibbs para los parámetros a actualizar. Para establecer el valor acertado de la desviación estándar en la ecuación que define la función de probabilidad para múltiples parámetros, se procedió a vincular a  $\sigma$  como dos parámetros adicionales en la actualización probabilística, una definida por la información dinámica y la otra por la información estática. Para este caso, se estableció el valor de  $\sigma$  como un porcentaje (0-0.5) del valor de la frecuencia y la deflexión experimental.

La función de evaluación para parámetros mencionados incluyó la evaluación de las frecuencias asociadas a las tres primeras formas modales, los modos de vibración y la diferencia en deflexiones para los tres casos de carga:

$$P(F, \Phi, \delta | \theta) = \frac{1}{A} \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ \left\| \frac{F_{ei} - F_{ai}(\theta)}{\sigma_1(F)} \right\|^2 + \left\| \frac{1 - \text{MAC}(\Phi_{ei}, \Phi_{ai})}{\sigma_1(\Phi)} \right\|^2 \right] - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^m \left\| \frac{\delta_{ej} - \delta_{aj}(\theta)}{\sigma_2(\delta)} \right\|^2 \right) \quad (27)$$

$n=3$  (No de modos)

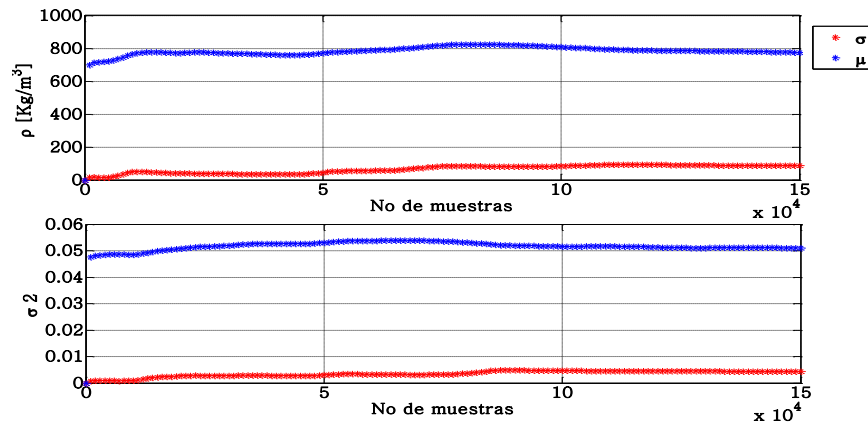
$k=3$  (Casos de carga)

$m=7$  (7 puntos donde es medida la deflexión)

Donde  $\theta$  representa los parámetros  $E1$ ,  $\rho$ ,  $\%I$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $A$  es la constante de normalización definida en la Ec.14.

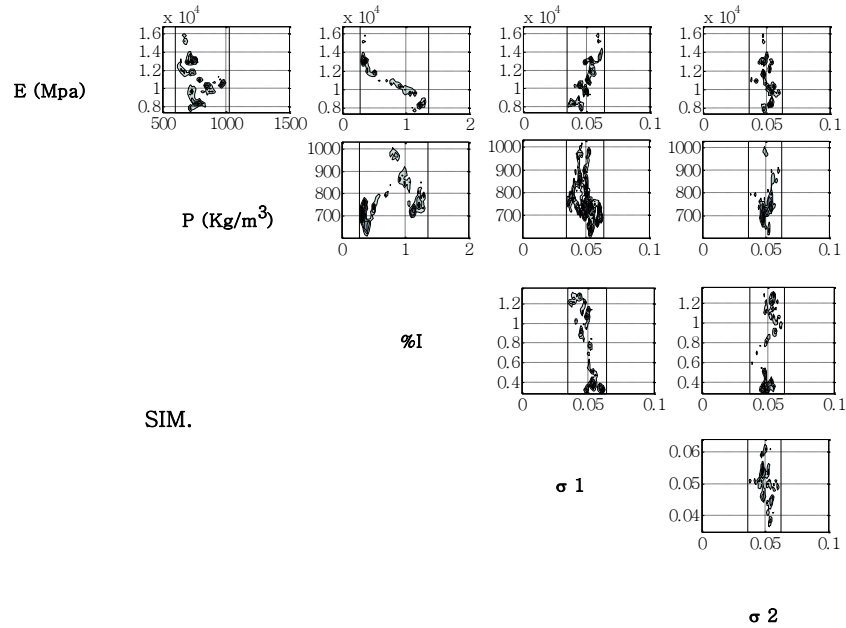
### Construcción de la Posterior $P(\theta|x)$

Para la construcción de la distribución a posteriori se procedió según lo establecido en la Ec. 13. El “Muestreo de Gibbs” para esta función se realizó para un total de 150 mil muestras y 25 mil muestras descartadas. El número de muestras descartadas se obtuvo de la tendencia de la media y la tendencia de la desviación estándar.



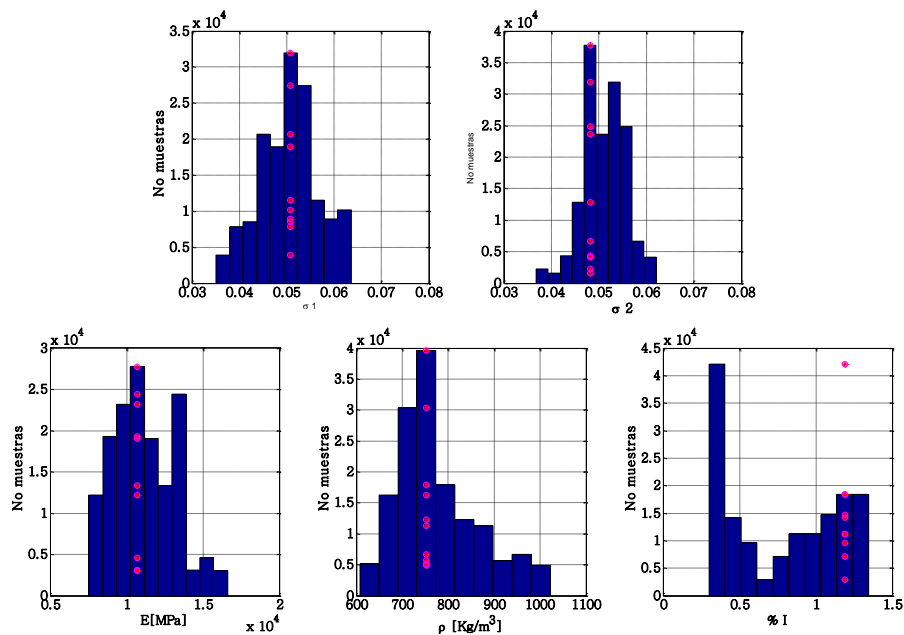
**Figura 44. Criterio de selección de muestras descartadas para  $\rho$  y  $\sigma^2$**

En la Figura 44 se presenta la media y la desviación estándar para la densidad del material ( $\rho$ ) y la desviación estándar ( $\sigma_2$ ). La matriz Posterior es presentada en la Figura 45.



**Figura 45. Distribución a posteriori (Posterior:  $P(\theta|x)$ ) para el puente de 6m**

Podemos ver las distribuciones Marginales para cada parámetro como un reflejo de la distribución a posteriori y de esta manera establecer el valor más probable para los parámetros de ajuste. La Figura 46 presenta las distribuciones marginales por parámetro actualizado.



**Figura 46. Marginales para los parámetros actualizados, Puente de 6m**

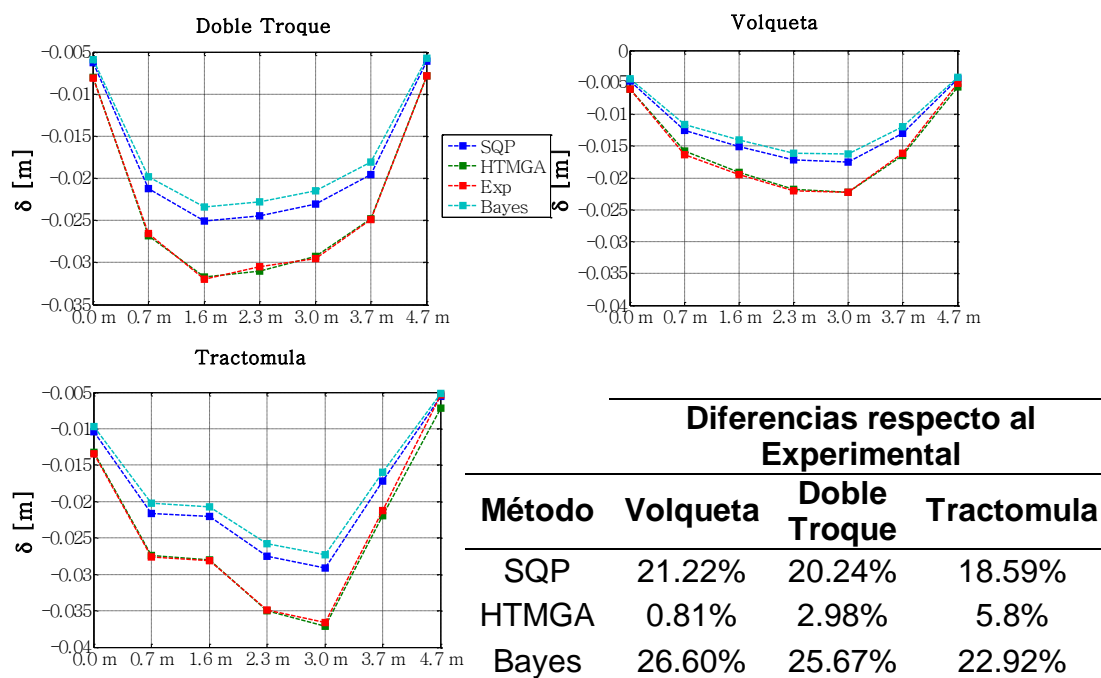


Se puede apreciar que para el parámetro  $\%I$ , el valor más probable no representa la estructura real, pues una reducción mayor al 60% de la Inercia de la sección no tiene sentido físico, por esta razón, el valor más probable es descartado y se ha optado por la otra sugerencia del método, que corresponde al valor de 1.19%. La Tabla 21 presenta los valores más probables según el método, la frecuencia de dicho valor  $P(\theta|x)$  y la frecuencia acumulada  $\int P(\theta|x)$ .

**Tabla 21. Parámetros probables obtenidos por Bayes [P6m]**

Parámetro	Valor probable	$P(\theta x)$	$\int P(\theta x)$
E [MPa]	1.0700e+004	18.47%	54.93%
P [kg/m <sup>3</sup> ]	753	26.40%	60.85%
$\%I$	1.19	12.27%	87.75%
$\sigma_1$	0.05	21.33%	61.37%
$\sigma_2$	0.05	25.13%	31.51%

Los resultados del ajuste para la segunda fecha son comparados por método y por caso de carga en los perfiles de la Figura 47 y a través de diagramas de barras para la información dinámica (frecuencias y modos) en las Figuras 48 y 49.



**Figura 47. Ajuste en Deflexión por SQP, HTMGA y BAYES para la Fecha 2 del Puente de 6m**

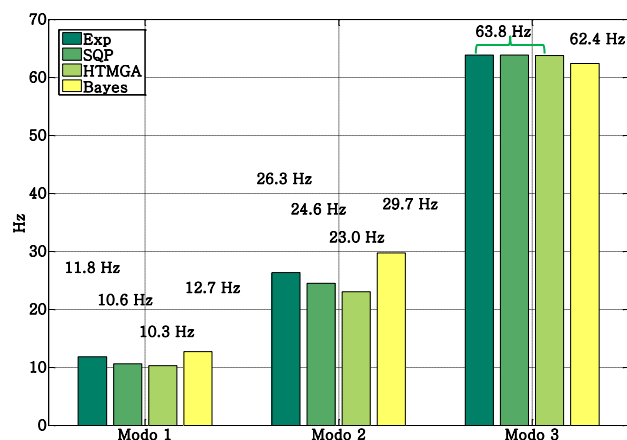


Figura 48. Comparaciones en Frecuencia

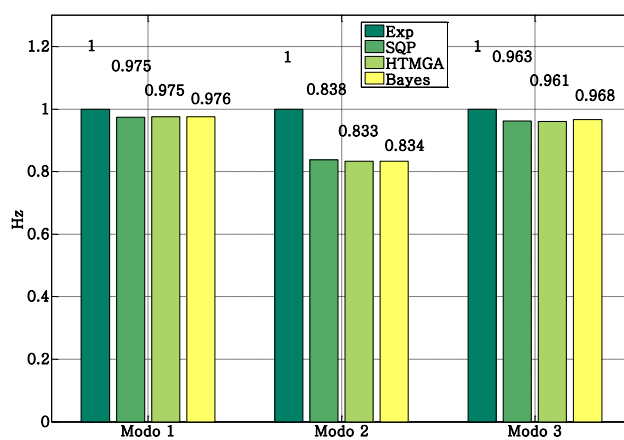


Figura 49. MAC por método

La Tabla 22 presenta los resultados obtenidos en cada fecha, para el conjunto de parámetros de ajuste, el porcentaje de correlación de las variables medibles y el costo computacional por método empleado.

Tabla 22. Resultados por método del ajuste del MEF del puente de 6m

Parámetro		CASO 1		CASO 2		CASO 3		
		FECHA 1		FECHA 3		FECHA 2		
		HTMGA	SQP	HTMGA	SQP	HTMGA	SQP	BAYES
1	E1 [MPa]	9876e+3	9823.50	9823.50	9876.00	9.773e+3	7.695e+3	1.0700e+004
2	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	655.69	713.41	713.41	650.00	664.6	600.0	753.0
3	E2 [MPa]	294.12	631.37	631.37	634.75	480.45	378.35	-
4	E3 [MPa]	1.75e+3	1425.80	1425.80	1433.40	1.19e+3	939.10	-
5	G13 [MPa]	944.46	1143.70	1143.70	1149.8	690.28	543.58	-
6	G12 [MPa]	778.21	394.78	394.78	471.58	1.099e+3	824.05	-
7	G23 [MPa]	147.23	78.48	78.48	78.90	197.23	155.32	-
8	$\nu_{13}$	0.34	0.33	0.33	0.33	0.37	0.37	-
9	$\nu_{12}$	0.35	0.50	0.50	0.50	0.52	0.52	-
10	$\nu_{23}$	0.57	0.70	0.70	0.70	0.74	0.74	-
11	Ks [Kg-m/m]	643410	692420	692420	649230	637300	750000	-
12	%I	1.08	0.94	0.94	0.93	0.92	1.08	1.19
13	Pvol [Kgf]	12804	13267.00	13267.00	13266.00	13520	13600	-
14	Pdt [Kgf]	24478	24436.00	24436.00	24514.00	24037	24078	-
15	Ptrm [Kgf]	21735	21333.00	21333.00	21382.00	21322	21223	-
Correlación final		97.96	99.0%	99.0%	99.0%	91.46%	92.6%	69.82%
Gasto computacional		42.6 h.	35.97 h.	35.97 h.	12.24 h.	52.12 h.	14.93 h.	114.24 h.

### 5.5.1. Análisis de resultados (Modelo del puente de 6m)

Todas las metodologías de ajuste del modelo mejoraron en buena medida los resultados del análisis estático y del análisis dinámico. Sin embargo, los resultados obtenidos como conjunto de parámetros solución deben ser analizados para cada metodología, antes de hacer una selección final para las simulaciones.

El conjunto de parámetros finales para el modelo de la estructura de 6 m fue escogido teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- a. La condición más crítica de la estructura  
La condición más crítica de la estructura es una condición de servicio (Ver capítulo 4), lo que permite indicar que la selección de parámetros debe reflejar en lo posible el comportamiento estático.
- b. El porcentaje de ajuste alcanzado por la metodología con el conjunto de parámetros.
- c. La evaluación cualitativa de los datos.

La primera fecha de ensayos (caso 1) presentó una ligera diferencia en el valor de los parámetros entre ambas metodologías. La diferencia promedio entre metodologías de optimización fue de 2.2% y el porcentaje de ajuste obtenido por ambos métodos fue de 98%, lo que permite concluir que se trata de la misma solución.

Para la segunda fecha de ensayos (caso 3) hay una clara diferencia en el valor obtenido para los parámetros con las diferentes metodologías. Es importante destacar que la metodología Inferencia Bayesiana, debido a su alto costo computacional, no fue aplicada en las mismas condiciones que HTMGA y SQP, y sólo fueron ajustados 3 de los 15 parámetros. El porcentaje de ajuste alcanzado por Bayes fue de 69.82% indicando una diferencia de 5.06% para la información dinámica y 25.07% para la información estática. Siguiendo los criterios de selección a y b, la solución por Bayes es la primera solución descartada.

Los métodos HTMGA y SQP, que fueron evaluados en las mismas condiciones de frontera y número de parámetros, presentaron diferencias entre sí de 21.3% en el módulo de elasticidad longitudinal y 9.7% en la densidad del material. Las diferencias entre metodologías están centradas en el tipo de ajuste obtenido. HTMGA alcanzó un porcentaje de diferencia de 3.21% en información estática y en información dinámica del 5.38% (2.81% en frecuencia y 2.56% en MAC), mientras SQP alcanzó una diferencia de 4.39% en información dinámica (1.9% en frecuencias y 2.49% en MAC) y una diferencia de 20% en información estática.

Teniendo en cuenta los resultados del ajuste del caso 1 para el módulo de elasticidad longitudinal y los datos experimentales reportados en deflexión para todas la fechas, se esperaría que dicho parámetro presentara poca variación en el tiempo. Por lo anterior, una variación considerable en el valor de  $E1$  puede ser descartada como una solución con sentido físico.

Aunque ambas metodologías (HTMGA y SQP) lograron buenos resultados de ajuste, siendo mayor el alcanzado por SQP con 92.6%, el criterio de selección **a** (reflejado en el ajuste en deflexión) y el criterio **c** (variaciones con sentido físico de los parámetros en el tiempo), indican que el conjunto adecuado de parámetros fue el obtenido por HTMGA con una correlación final de 91.46%.

El resultado de la tercera fecha de ensayos (caso 2), para las metodologías SQP y HTMGA, muestra que ambos métodos hallaron el mismo conjunto de parámetros solución, con una diferencia promedio de 2.59%.

Finamente, de las tres fechas de ajuste utilizadas para establecer el valor adecuado de los parámetros del modelo, fue elegida aquella fecha que contara con mayor información de la estructura. Las fechas de los casos 1 y 2, sólo ajustan información estática experimental, mientras la segunda fecha usa también la información dinámica procesada para los ensayos de vibración libre y vibración forzada.

La Tabla 23 presenta el conjunto de parámetros escogidos para el modelo analítico que fue usado en las simulaciones.

**Tabla 23. Parámetros escogidos para el modelo analítico del puente de 6m**

<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>
1 E1 [MPa]	9.773e+3
2 $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	664.6
3 E2 [MPa]	480.45
4 E3 [MPa]	1.19e+3
5 G13 [MPa]	690.28
6 G12 [MPa]	1.099e+3
7 G23 [MPa]	197.23
8 $v_{13}$	0.37
9 $v_{12}$	0.52
10 $v_{23}$	0.74
11 Ks [kg-m/m]	637300
12 %I	0.92
13 Pvol [kgf]	13520
14 Pdt [kgf]	24037
15 Ptrm [kgf]	21322
Correlación final	91.46%

## 5.6. AJUSTE DEL MEF DEL PUENTE DE 10M

La FO utilizada en la fecha 1 (caso 1) se encuentra definida por la Ec. 23, el ajuste en la fecha 3 (caso 2) fue evaluado usando la Ec. 25 y la fecha 2 (caso 3) evaluó el ajuste usando la Ec. 24. La Figura 50 presenta el comportamiento de la FO en cada metodología (HTMGA Y SQP) durante el proceso de ajuste.

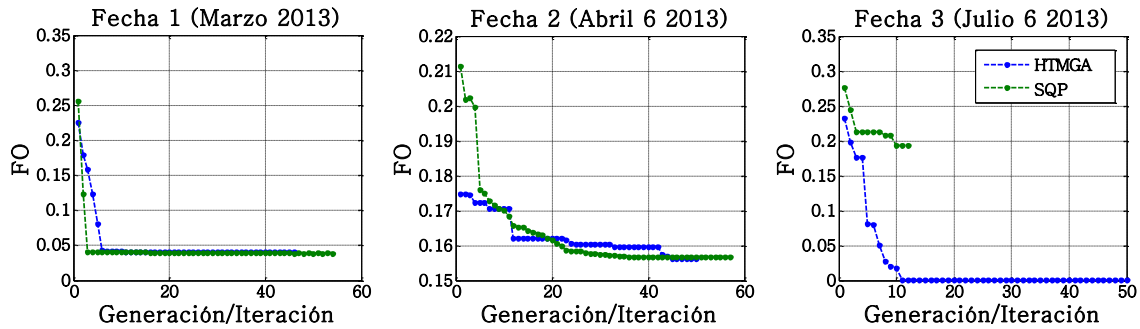


Figura 50. Comportamiento de la FO por método para todas las fechas en el Puente de 10m

### Caso 1: Marzo 2013

Para este caso, el método de programación cuadrática (SQP) alcanzó un porcentaje de ajuste de 96.11% en 11.43 horas empleando 54 iteraciones y 911 evaluaciones de la FO. HTMGA por su parte empleó 45.63 horas para alcanzar una correlación del 95.90% en un total de 46 generaciones. Los resultados permiten inferir que ambas metodologías encontraron el mismo conjunto de parámetros solución. El ajuste en términos de las deflexiones en los elementos para cada caso de carga es presentado en la Figura 51, según la ubicación de sensores presentada en la Figura 51.

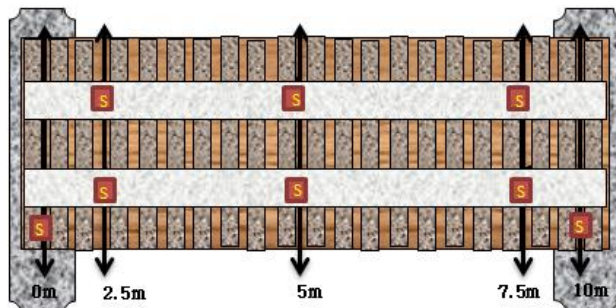
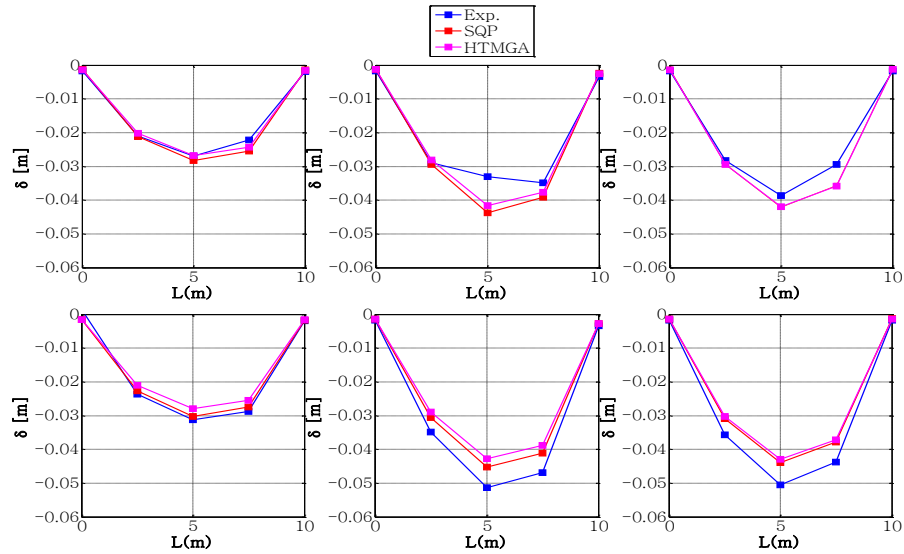


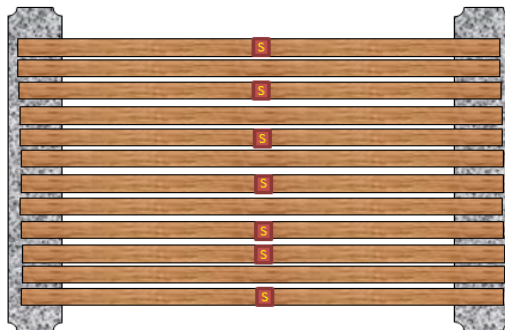
Figura 51. Ubicación de sensores fecha 1 (caso 1), puente de 10m



**Figura 52. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 1, Puente de 10m**

### Caso 2: Julio 2013

Durante el ajuste en la tercera fecha de ensayo, el método programación cuadrática alcanzó un porcentaje de ajuste de 80.71% en 3.03 horas, empleando 12 iteraciones y 240 evaluaciones de la FO. HTMGA, por otro lado, empleó 53.84 horas, logrando un ajuste del 99.28% en 50 generaciones. El ajuste en deflexiones para cada caso de carga es presentado en la Figura 54 según la ubicación de sensores de la Figura 53.



**Figura 53. Ubicación de sensores para la fecha 3 (caso 2), Puente de 10m**

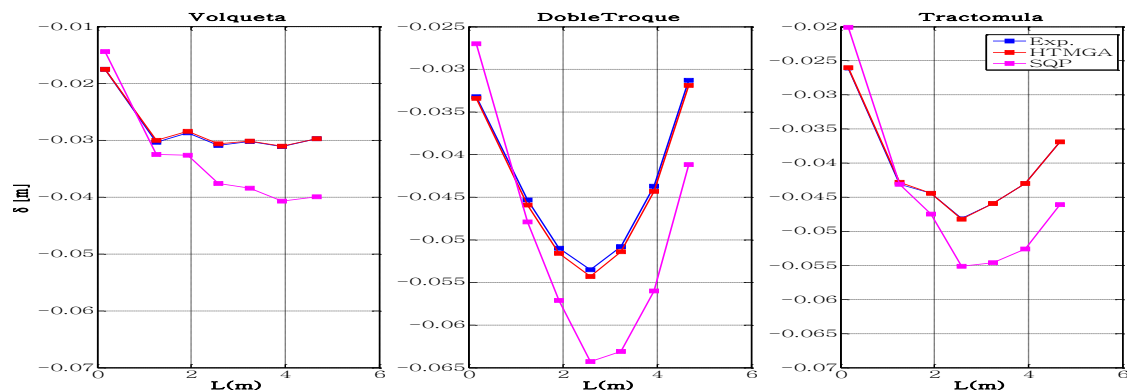


Figura 54. Deflexiones para el ajuste por SQP y HTMGA en el caso 2, Puente de 10m

### Caso 3: Abril 2013v

Para la segunda fecha de ensayos, al igual que para el puente de 6 m, además de los métodos determinísticos HTMGA y SQP, se realizó un análisis probabilístico. El ajuste se realizó para la información estática y dinámica obtenida en pruebas de campo y la FO está definida por la Ec 24. El Método SQP logró una correlación de 84.35% para un valor de la FO de 0.1565. El método empleó 57 iteraciones y 1011 evaluaciones de la FO con un costo computacional de 16.28 horas. El método HTMGA alcanzó una correlación de 83.82%% para 50 generaciones. El valor alcanzado de la FO fue de 0.1618 en 48.69 horas.

### Análisis probabilístico usando Inferencia Bayesiana

Al igual que para el caso del puente de 6m, la metodología de Bayes fue aplicada teniendo en cuenta lo siguiente:

- Los parámetros de ajuste son  $E$ ,  $\rho$ ,  $\%I$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ .
- $E$  y  $\rho$  están representados por distribuciones gaussianas, (Figuras 39 y 40).
- Los parámetros  $\%I$ ,  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  tendrán mínima influencia en la inferencia, por lo tanto, son definidos por distribuciones uniformes.
- No hay dependencia entre parámetros.
- El número de muestras descartadas de la Posterior se determinó según la tendencia de la media ( $\mu$ ) y la desviación ( $\sigma$ ), como se presenta en la Figura 54.

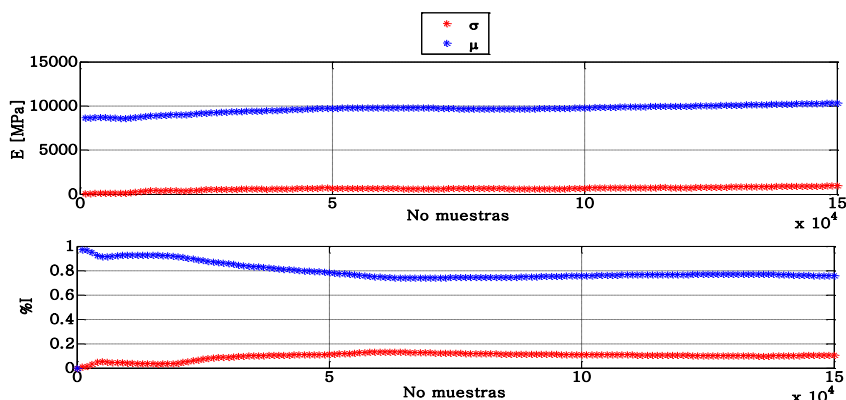


Figura 55. Criterio de selección de muestras descartadas para  $\sigma$  y  $\mu$

En la Figura 56 se presenta el Muestreo de Gibbs de la Posterior, realizado para un total de 150 mil muestras y 25 mil muestras descartadas.

Las distribuciones Marginales para la Posterior son presentadas en la Figura 57 y las frecuencias relativas y acumuladas de los parámetros más probables son presentadas en la Tabla 24.

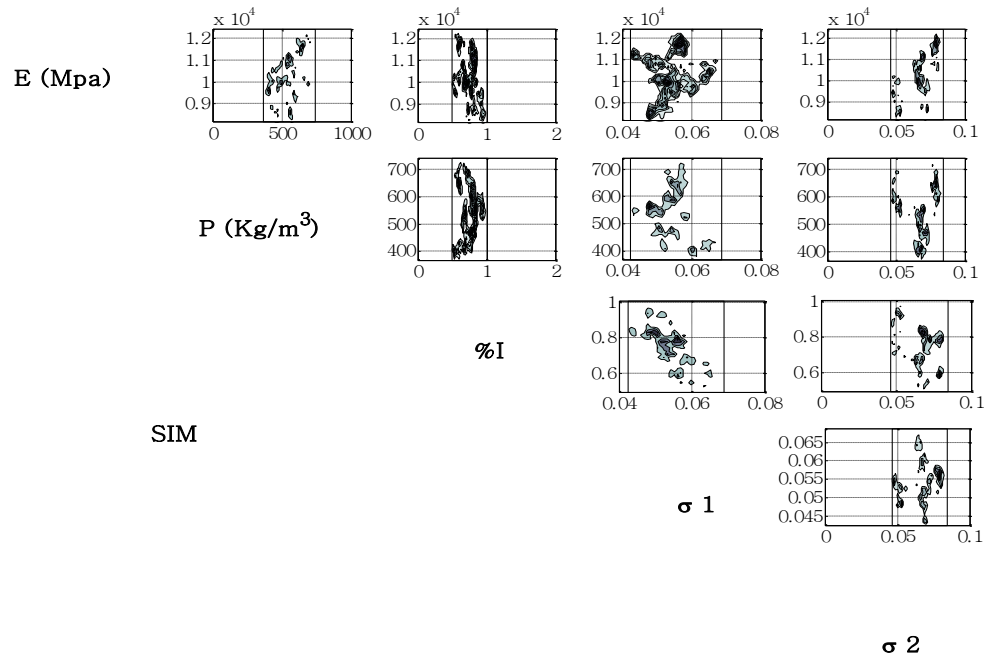


Figura 56. Distribución a posteriori (Posterior:  $P(\theta|x)$ ) para el puente de 10m

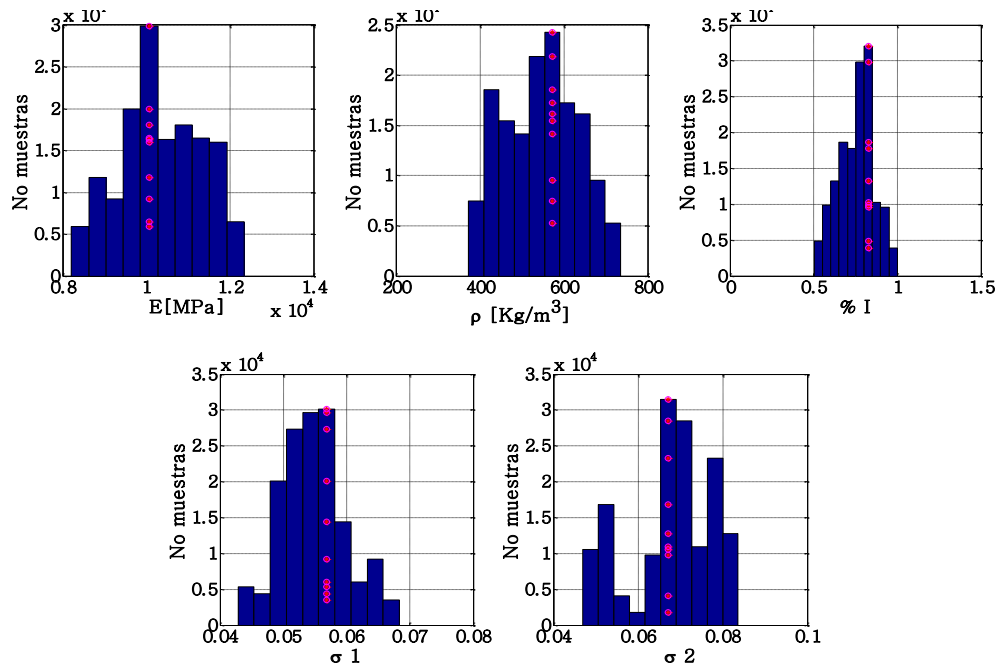


Figura 57. Marginales para los parámetros actualizados, Puente de 10m



Tabla 24. Parámetros probables obtenidos por Bayes [P10m]

Parámetro	Valor probable	$P(\theta x)$	$\int P(\theta x)$
E [MPa]	1.01e+004	19.87%	51.13%
P [kgf/m <sup>3</sup> ]	572.3	16.20%	67.85%
% I	0.826	21.40%	84.23%
$\sigma$ 1	0.06	20.13%	77.97%
$\sigma$ 2	0.07	21.0%	49.72%

Donde  $P(\theta|x)$  es la frecuencia relativa y  $\int P(\theta|x)$  es la frecuencia acumulada.

El resultado del ajuste para esta segunda fecha, por método y caso de carga, es presentado en la Figura 58 para los perfiles de deflexión y en las Figuras 59 y 60 para Frecuencias y MAC en diagramas de barras.

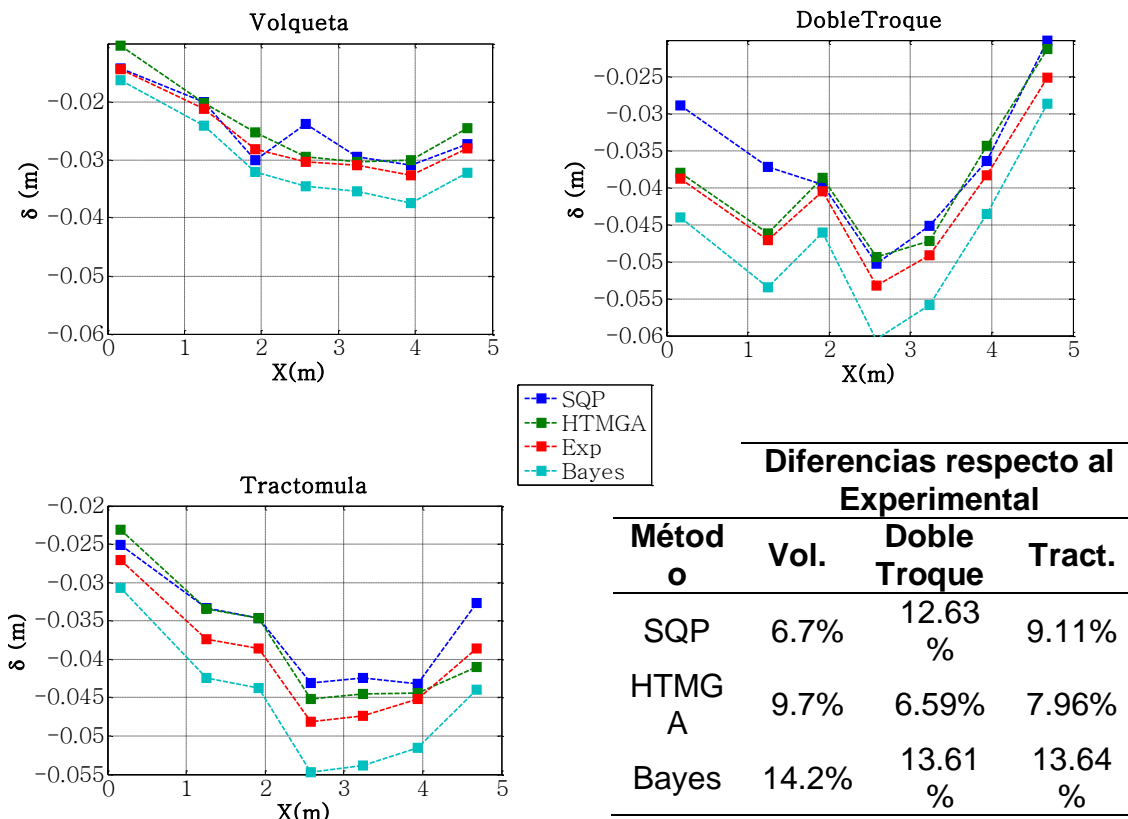


Figura 58. Ajuste en deflexión por SQP, HTMGA y BAYES para la Fecha 2 del Puente de 10m

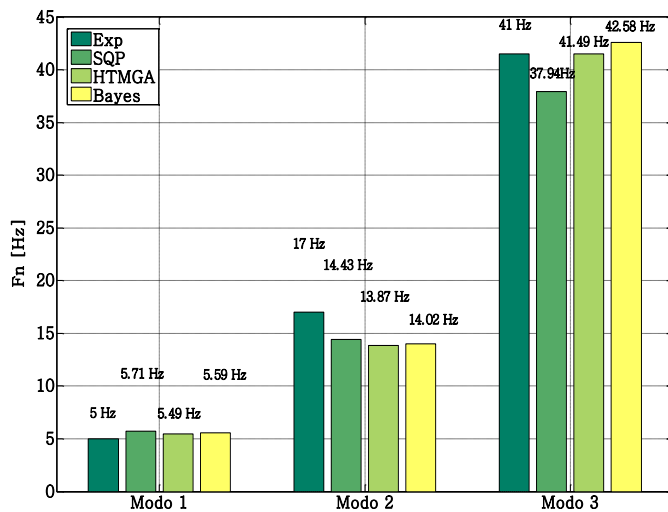


Figura 59. Comparaciones en Frecuencia

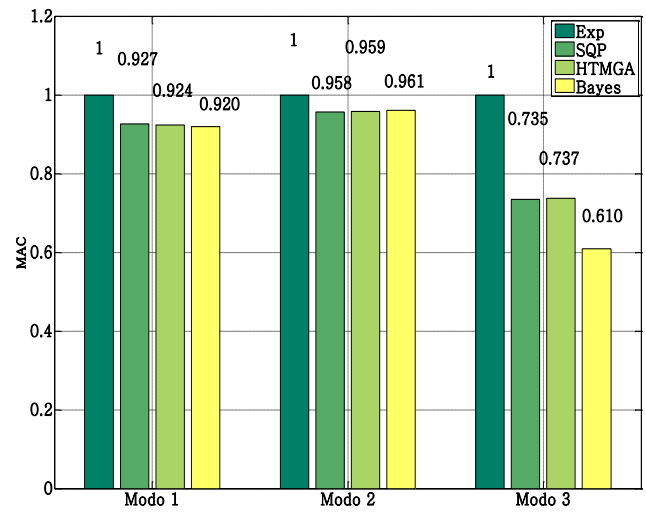


Figura 60. MAC por método

La Tabla 25 muestra los resultados obtenidos en cada fecha, para el conjunto de parámetros de ajuste, el porcentaje de correlación de las variables medibles y el costo computacional por método empleado.

Tabla 25. Resultados por método del ajuste del MEF del puente de 10m

		Caso 1		Caso 2		Caso 3		
		FECHA 1		FECHA 3		FECHA 2		
Parámetro		HTMGA	SQP	HTMGA	SQP	HTMGA	SQP	BAYES
1	E1 [MPa]	10856.00	10320.00	9.138e+0.03	1.012e+4	9870.10	10210	1.01e+04
2	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	655.04	655.04	685.60	635.04	667.17	685.60	572.3
3	E2 [MPa]	445.22	423.27	474.60	443.28	445.53	665.10	-
4	E3 [MPa]	1782.90	1695.00	1602.00	1698.00	757.68	2244.10	-
5	G13 [MPa]	1136.30	1080.30	1060.00	1080.30	1390.90	1484.80	-
6	G12 [MPa]	1414.10	330.25	1517.00	330.25	573.37	2393.60	-
7	G23 [MPa]	51.69	49.14	197.21	49.14	155.54	276.24	-
8	v13	0.44	0.44	0.38	0.41	0.34	0.38	-
9	v12	0.62	0.62	0.52	0.63	0.50	0.52	-
10	v23	0.79	0.80	0.65	0.81	0.57	0.65	-
11	Ks [Kg-m/m]	702670.00	750000.00	596590.00	740000.00	435910.00	596590.00	-
12	%I	0.99	1.1	0.82	1.0	0.99	0.83	0.826
13	Pvol [Kgf]	13406	13600	13081.00	13600.00	13529.00	13600	-
14	Pdt [Kgf]	23103	23000	23070.00	23000.00	23144.00	24843.00	-
15	Ptrm [Kgf]	21226	20000	20855.00	20000.00	21297.00	22000	-
Correlación final		95.90%	96.11%	99.28%	80.71%	83.82%	84.35%	65.70%
Gasto computacional		45.63 h.	11.43 h.	53.84 h.	3.03 h.	48.69 h.	16.28 h.	124.3 h.

### 5.6.1. Análisis de resultados (Modelo del puente de 10m)

El conjunto de parámetros finales para el modelo de la estructura de 10 m fue escogido, como en el MEF del puente de 6m, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- a. La condición más crítica de la estructura (Deflexiones).
- b. El porcentaje de ajuste alcanzado por el método.
- c. La evaluación cualitativa de los datos.

Tanto la metodología HTMGA como SQP encontraron para el caso 1 el mismo conjunto de parámetros solución de ajuste, con variaciones mínimas en su magnitud. La diferencia de ajuste entre métodos fue de 0.21%. La diferencia para este caso se presenta en el tiempo empleado por las metodologías para el ajuste, con una diferencia de 75%, mostrando que el método de Programación Cuadrática fue más eficiente.

Para el caso 2 de ajuste (fecha 3), ambas metodologías determinaron dos conjuntos de parámetros solución diferentes, HTMGA alcanzó el mejor porcentaje de correlación (99.28%), mientras SQP alcanzó una correlación de 80.71%. En este caso, la selección de parámetros se realizó teniendo en cuenta el criterio del nivel de correlación, pues la condición evaluada es sólo la condición estática. Para este caso fueron entonces seleccionados los parámetros obtenidos por el método HTMGA.

Para la segunda fecha de ensayos (caso 3) hay una diferencia en el valor obtenido para los parámetros con los diferentes métodos, sin embargo, el porcentaje de ajuste final alcanzado por ambas metodologías sólo presenta una diferencia entre sí de 0.53%. Ambas metodologías presentan un buen nivel de ajuste en información dinámica, sin embargo, existe una diferencia en información estática que muestra un mejor ajuste por HTMGA.

El porcentaje de ajuste alcanzado por Bayes fue de 65.70% indicando un menor ajuste en información estática, con una diferencia de 13.81% en comparación con 9.48% para SQP y de 8.08% para HTMGA. Nuevamente se debe destacar que el método probabilístico tuvo limitaciones por costo computacional, por lo que para la construcción de la función de verosimilitud sólo se usaron cinco muestras por parámetro, lo que pudo influir en los resultados de ajuste.

Si se analizan las tres fechas de ensayos con los datos obtenidos por HTMGA, se evidencia una variación mínima en el valor del módulo de elasticidad longitudinal para las tres fechas, lo que es esperado si tenemos en cuenta que el análisis de los puentes no considera la variación de la rigidez de las conexiones en el tiempo y las deflexiones experimentales registradas se han mantenido en el tiempo. Por lo

tanto, el control de las deflexiones en los modelos está centrado en el módulo de elasticidad y la inercia de la sección.

Finalmente, el conjunto de parámetros usado para las simulaciones con el MEF del puente de 10 m es presentado en la Tabla 26, con los cuales se alcanzó una correlación final de 83.82%.

**Tabla 26. Parámetros escogidos para el modelo analítico del puente de 10m**

Parámetro		Solución	Parámetro		Solución
1	E1 [MPa]	9870.10	8	v13	0.34
2	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	667.17	9	v12	0.50
3	E2 [MPa]	445.53	10	v23	0.57
4	E3 [MPa]	757.68	11	Ks [kg-m/m]	435910.00
5	G13 [MPa]	1390.90	12	%I	0.99
6	G12 [MPa]	573.37	13	Pvol [kgf]	13529.00
7	G23 [MPa]	155.54	14	Pdt [kgf]	23144.00
			15	Ptrm [kgf]	21297.00
Correlación final			83.82%		

## 5.7. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Teniendo en cuenta los vehículos de diseño para carga viva especificados por la AASHTO e INVIAS, se recomiendan unos diámetros mínimos para los elementos que conforman el puente según la longitud libre de uso y el peso total del vehículo de carga. La propuesta evalúa la estructura bajo la acción de cargas móviles y utiliza las deformaciones por carga de las simulaciones. Los diámetros arrojados por el análisis satisfacen las condiciones de resistencia y rigidez.

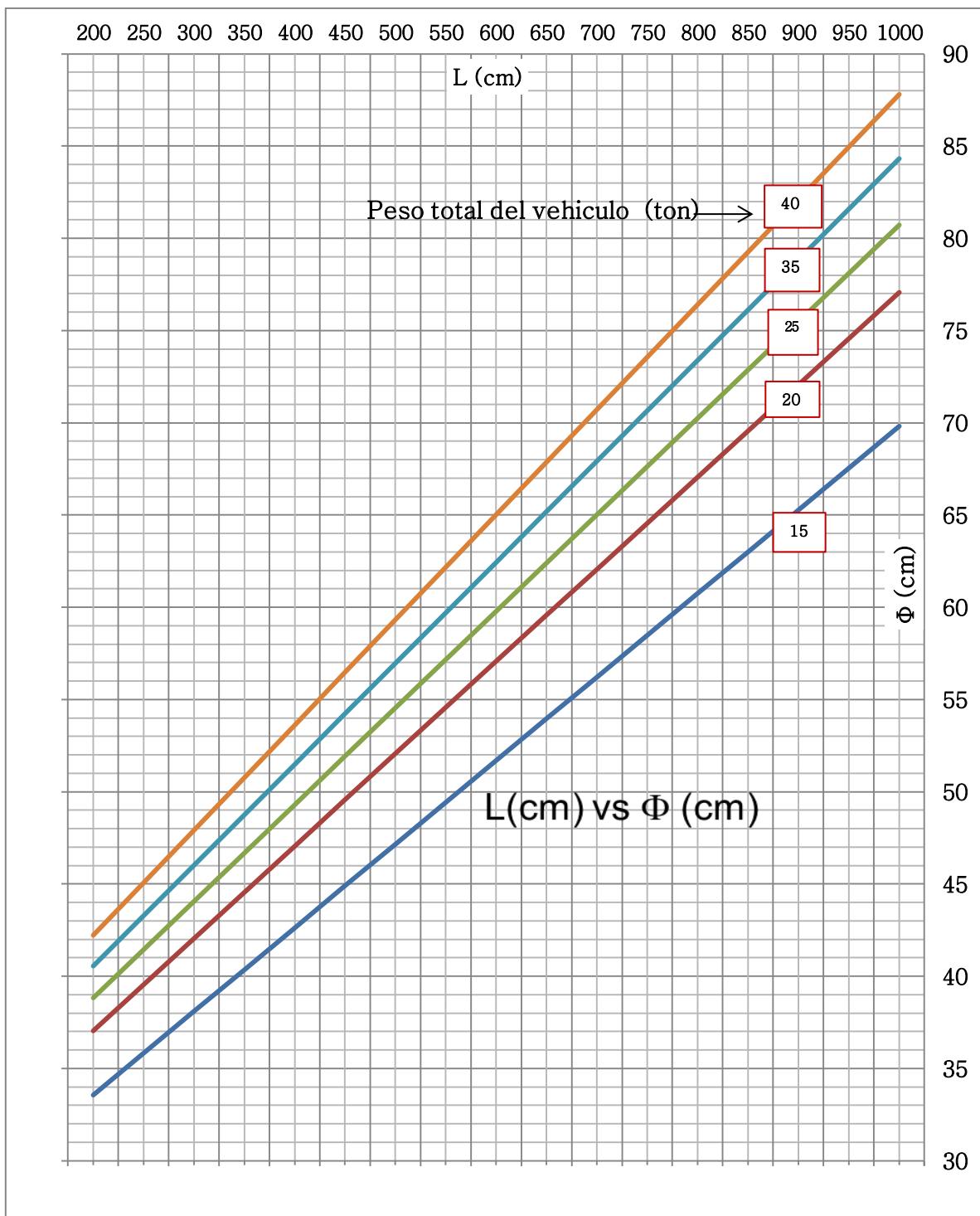
El análisis se realizó para puentes entre 2 y 10 m de longitud y entre 10 y 50 ton de peso total. El chequeo por resistencia se realizó para cada longitud y carga, y el chequeo por servicio se realizó aplicando la carga del vehículo en el modelo analítico del puente de 6 m para  $2m \leq L \leq 6m$  y del puente de 10m para  $6m \leq L \leq 10m$ .

La Tabla 27 presenta la matriz de secciones mínimas requeridas en los elementos para diferente longitud y diferente carga total del vehículo.

Tabla 27. Matriz de secciones mínimas para relaciones de peso y longitud.

		Peso Total de Vehículo					
L (cm)		15	20	25	30	35	40
	200	34	37	39	40	41	42
	250	36	40	41	42	43	45
	300	38	42	44	45	46	48
	350	40	45	47	48	49	51
	400	43	47	49	50	51	54
	450	45	50	52	53	54	56
	500	47	52	55	56	57	59
	550	49	55	57	58	60	62
	600	52	57	60	61	62	65
	650	54	60	62	64	65	68
	700	56	62	65	66	68	71
	750	58	65	68	69	71	74
	800	61	67	70	72	73	76
	850	63	70	73	75	76	79
	900	65	72	75	77	79	82
	950	68	75	78	80	82	85
	1000	70	77	81	83	84	88

En la Figura 61 se presenta la Gráfica de la matriz de secciones mínimas y se incluye la Ec. 28 para el cálculo del diámetro mínimo para relaciones de carga total y longitud del puente.



**Figura 61. Diagrama de secciones mínimas para relaciones de carga y longitud**

$$\Phi_{\min.} = 3e^{-5} \cdot (0.045 \cdot L + 24.345) \cdot (P^3 - 90.53 \cdot P^2 + 2860 \cdot P + 3719) \quad (28)$$

$L$  (cm),  $P$  (ton),  $\Phi_{\min.}$  (cm)

## 6. RECOMENDACIONES

1) Como se mencionó con anterioridad, los modelos desarrollados en este análisis no detallan la rigidez de la conexión entre el entablado superior y los elementos longitudinales de ambos puentes, por tanto, se recomienda para un estudio posterior incluir la rigidez de las conexiones como un parámetro de ajuste, siempre y cuando se lleven a cabo ensayos experimentales que puedan verificar los datos obtenidos.

2) Como ejercicio de evaluación, se recomienda aplicar Bayes para todos los parámetros de ajuste, usando la mayor cantidad de muestras posibles por parámetro, con el propósito de definir claramente la función de verosimilitud del teorema y obtener mejores porcentajes de correlación, haciendo uso de toda la información experimental con la que se cuenta.

3) Los resultados obtenidos en esta investigación están basados en pruebas experimentales efectuadas en puentes que no fueron sometidos a tráfico continuo y, por lo tanto, deben ser usados con precaución al proyectarlos a puentes que tendrán condiciones distintas de uso.

4) Las recomendaciones en este documento están sujetas al control de calidad realizado al material para su uso como material estructural y a las recomendaciones de ensayos experimentales adicionales para la evaluación de la degradación de resistencia y rigidez de las estructuras en condiciones distintas a las evaluadas durante la ejecución de este proyecto.

5) Se recomienda realizar un estudio de los agentes biológicos que atacan la madera y llevar un control de dichos agentes siguiendo las siguientes pautas:

- a. La mayoría de los agentes xilófagos atacan la madera verde cuando encuentran las siguientes cuatro condiciones para sobrevivir:
  - i. Condiciones de humedad en la madera por encima del punto de saturación de las fibras.
  - ii. Oxígeno.
  - iii. Temperatura en un rango entre 50 y 90°F.
  - iv. Comida, en este caso la madera misma.

El método más común para preservar la madera y controlar su deterioro involucra el uso de preservantes químicos. Estos preservantes químicos penetran la madera y no deben confundirse con revestimientos protectores como la pintura. Los preservativos en aceite son usados exclusivamente para proteger los elementos estructurales como las vigas y el entablado y proveen protección por deterioro debido al clima. Los preservantes en aceite no se deben usar en los barandales o elementos que estarán en contacto continuo con los humanos o animales.

Los preservantes más usados en puentes donde la madera no tiene un tratamiento previo de secado son:

- Coal-tar creosote (creosote)
- Pentachlorophenol (penta)

Es pertinente realizar un ensayo previo que permita establecer el grado de penetración del tratamiento en la madera y una adecuada retención de la sustancia.

b. Aspectos a tener en cuenta en el tratamiento de la madera:

- i. El contenido de humedad tiene gran incidencia en la penetración del preservativo y la retención del mismo. Antes del tratamiento se recomienda que el CH en la madera se encuentre por debajo de 30%.
- ii. Descortezar los elementos antes de la construcción.
- iii. Pernar el entablado superior a los elementos antes de iniciar el tratamiento con preservantes.

En caso de que la penetración del preservativo en la madera sea difícil por la resistencia del material, se puede proceder a incrementar la cantidad de sección transversal expuesta a la sustancia. Esto se puede lograr cortando o perforando el elemento creando una serie de agujeros o hendiduras. Este procedimiento es conocido como Incisión y es aplicado comúnmente a maderas duras. Generalmente, las penetraciones en la madera tienen una profundidad entre  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{4}$  de pulgada.

Otra metodología utilizada para mejorar la penetración del preservante, que usa el mismo principio, se le conoce como Perforación Radial. Así como con la incisión, en la perforación radial se debe tener presente la disminución del área de la sección transversal, por lo que es prudente incrementar el diámetro sugerido en el diseño.



## 7. CONCLUSIONES

Las tres metodologías de ajuste empleadas consiguieron mejorar el comportamiento del modelo analítico respecto a la información recogida de la estructura real (Tabla 28). En términos generales, todos los métodos empleados disminuyeron la diferencia entre los datos numéricos y experimentales, por lo tanto, se evidencia la utilidad de dichas metodologías en la aplicación de modelos numéricos usados para simulaciones, con el propósito de obtener resultados confiables.

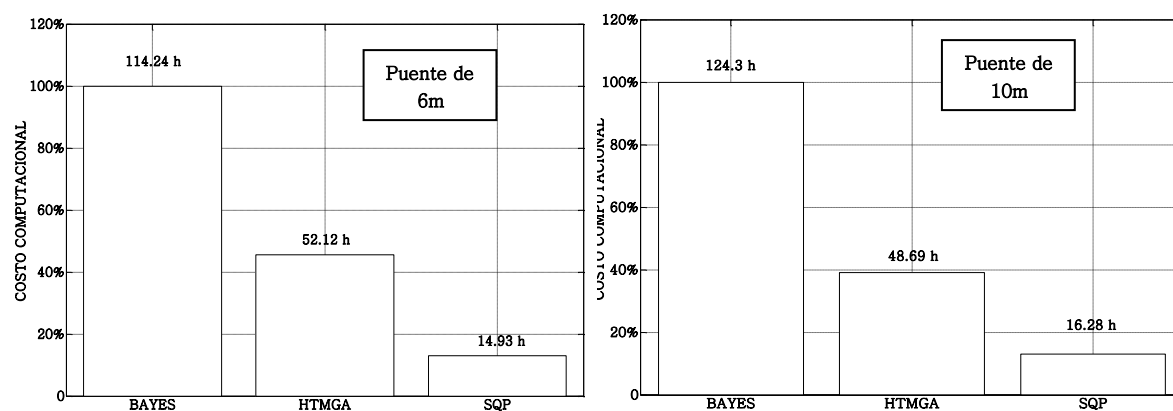
**Tabla 28. Diferencias respecto a los resultados experimentales**

<b>Puente de 6m</b>				
	<b>Modelo Inicial</b>	<b>HTMGA</b>	<b>SQP</b>	<b>Bayes</b>
<b>Fecha 1</b>	26.59%	2.04%	2.1%	N.A.
<b>Fecha 2</b>	69.95%	8.54%	7.4%	30.18%
<b>Fecha 3</b>	32.17%	1.0%	1.0%	N.A.
<b>Puente de 10m</b>				
<b>Fecha 1</b>	9.37%	4.1%	3.89%	N.A.
<b>Fecha 2</b>	45.18%	16.18%	15.65%	34.3%
<b>Fecha 3</b>	23.29%	0.7%	19.3%	N.A.

Durante el análisis se pudo establecer que el método HTMGA explora más zonas del espacio solución, que es una ventaja si dicha zona está definida por varios mínimos locales y un mínimo global. Si bien SQP es un método efectivo de optimización, está desarrollado para encontrar un mínimo local y no un mínimo global, a diferencia de HTMGA, aunque su comportamiento en este análisis fue igual de eficiente. Si las condiciones del modelo analítico incluyen restricciones sólo de borde, y el espacio solución es extenso, es recomendable el uso de un algoritmo de optimización más acorde con una búsqueda no restringida, como es HTMGA. Si el número de parámetros no es alto y existe un alto número de restricciones, ya sean de borde, lineales o no lineales, el algoritmo recomendado es SQP. Cuando la optimización incluye parámetros que han sido medidos experimentalmente y se tiene un gran número de datos, puede abordarse la optimización como un problema de inferencia estadística, teniendo cuidado en no realizar inferencias previas sobre las variables medibles y los parámetros de ajuste, pues suposiciones imprecisas llevan a inferencias erróneas, acompañadas de un alto costo computacional.

El método más costoso, en términos de tiempo, fue Bayes Inference que empleó 114.24 horas en el ajuste del MEF del puente de 6m y 124.3 horas en el MEF del puente de 10m, para el ajuste de la segunda fecha. Le sigue HTMGA con 52.12

horas y 48.69 horas, y el más eficaz fue SQP con 14.93 horas y 16.28 horas (Figura 62). El método más eficiente fue, para todos los casos SQP, que logró buenos porcentajes de ajuste en menor tiempo, comparado con las otras dos metodologías de ajuste.



**Figura 62. Comparación de costo computacional por metodologías de ajuste**

El método de Bayes, a pesar de haber sido el primer método descartado como solución en el ajuste, mostró ser un método eficaz, pues aún en las condiciones de uso más simples, logró reducir el porcentaje de error entre el modelo analítico y la estructura real. Cabe resaltar que la construcción de la función de verosimilitud (Likelihood) se realizó sólo para 5 muestras por parámetro de ajuste, para un total de 3125 puntos en la función. Este bajo número de muestras se debe a la restricción de tiempo para aplicar la metodología, pues su costo computacional es exponencial.

Los modelos desarrollados de los puentes de madera fueron ajustados con un porcentaje de correlación final de 91.46% para el puente de 6m y de 83.82% para el puente de 10m. Este nivel de correlación permitió la realización de simulaciones numéricas con un buen nivel de precisión y los resultados obtenidos fueron usados para elaborar recomendaciones de diseño. Utilizando el análisis de cargas móviles para representar el paso continuo y la incidencia de los vehículos de carga de diseño de la AASHTO e INVIAS, y usando las deflexiones arrojadas por las simulaciones para las diferentes condiciones de carga viva, se establecen las dimensiones mínimas de los elementos para cumplir con los requisitos de resistencia y rigidez.

## REFERENCIAS

AASHTO, American Association of State Highway and Transportation Officials. *AASHTO The Voice of Transportation*. 2014. <http://www.transportation.org/Pages/default.aspx>.

AITC, American Institute of Timber Construction. 2007. <http://www.aitc-glulam.org/> (último acceso: 20 de Mayo de 2014).

Álvarez, Juan David. *Caracterización del Comrtamiento Estructural de dos puentes provisionales de Eucalytus Grandis-Saliga*. Cali: Universidad del Valle, 2014.

AWC, American Wood Council. *National Design Specification NDS for Wood Cosntruction*. 2014. <http://www.awc.org/standards/nds.php> (último acceso: 20 de Mayo de 2014).

AWPA, American Wood Protection Association. 2003-2014. <http://www.awpa.com/> (último acceso: 20 de Mayo de 2014).

Beck, J.L., y L.S. Katafygiotis. «Updating Models and Their Uncertanties. I: Bayesian Statistical Framework.» *Journal of Engineering Mechanics*, 1998.

Berman, A., y E.J. Nagy. «Improvement of a Large Analytical Model Using test Data.» *AIAA Journal*, 1983: 1168.

Boggs, Paul T., y Jon W. Tolle. «Sequential Quadratic Programming.» *Acta Numerica*, 1996: 1-000.

Caicedo, Juan M. *SDII*. [sdii.ce.sc.edu](http://sdii.ce.sc.edu) (último acceso: Agosto de 2013).

Cartagena, Junta del Acuerdo de. *Manual de diseño para maderas del grupo Andino*. Lima: PADT-REFORT (Proyectos andinos de desarrollo tecnológico en el àrea de los recursos forestales tropicales), 1984.

Carvalho, Joao B., Biswa N. Datta, Wen-Wei Lin, y Chern Shuh Wang. «Symmetry preserving eigenvalue embedding in finite-element model updating of vibrating structures.» *Journal of Sound and Vibration*, 2006: 839-864.

EEB, Lecture Notes for. «Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling.» 2004.

Fletcher, Roger. «The Sequential Quadratic Programming Method.» 2007.

Friswell, M.I, y J.E. Mottershead. «Model Updating in Structural Dynamics: A Survey.» *Journal of Sound and Vibration*, 1993: 347-375.

Friswell, M.I., y J.E. Mottershead. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics ( Solid Mechanics and its Applications)*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Hunter, Gavan, y Robin Fell. «Rockfill Modulus and Settlement of Concrete Face Rockfill Dams.» *JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING* © ASCE, October 2003: 909-917.

INVIAS, Instituto Nacional de Vías. <http://www.invias.gov.co/> (último acceso: 20 de Mayo de 2014).

Kilinc, Muslum. «High Throughput Multi-Solution Genetic Algorithm (HTMGA) for Identification of Alternate Solutions in a Structural Model Updating Context.» *University of South Carolina, Scholar Commons, Theses and Dissertations*, 2014.

MathWorks. «Constrained Nonlinear Optimization Algorithms.» *MathWoks Documentation*. (último acceso: 03 de Noviembre de 2014).

—. *Constrained Nonlinear Optimization Algorithms*. (último acceso: 03 de Noviembre de 2014).

Mesa, Lesley, Miller Rivera, y Jesús Romero. «Descripción general de la Inferencia Bayesiana y sus aplicaciones en los procesos de gestión.» *La simulación al servicio de la Academia, Labortorio de Modelamiento y Simulación*, nº 2 (Febrero 2011): 3-5.

Mordini, Andrea, Savor Konstantin, y Helmut Wenzel. «The Finite Element Model Updating: A Powerful Tool for Structural Health Monitoring.» *Structural Engineering International*. Vienna, Austria, 2007. 1.

Narvaez, Néstor. *Caracterización del comportamiento Físico Mecánico de la madera rolliza de Eucalyptus Granids Saligna, Tesis de Grado*. Cali, Valle del Cauca: Escuela de Ingeniería Civil y Geomática, Universidad del Valle, 2014.

Ospina, Gustavo. «Modal Updating Cognitive Systems: Behavioral Selection.» *University of South Carolina, Scholar Commons, Theses and Dissertations*, 2013: 4-8.

Ritter, Michael A. «Timber Bridges, Design, Construction, Inspection and Maintenance.» 6-3,6-4,6-5. Washington D.C., 1990.

Syversveen, Anne Randy. «Noninformative Bayesian Priors. Interpretation and problems with construction and appliations.» 1998.

Vélez, William, Daniel Gómez, y Peter Thomson. «AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS.» *DYNA*, 2009: 2.

## **ANEXOS**